

Mécaniques

Une Histoire succincte de la mécanique obligerait à remonter avant Archimède, ou Héron d'Alexandrie. Le mouvement, dont celui des planètes, a toujours fasciné les hommes, philosophes et théologiens qui échafaudent théories et supputations de tous ordres. Certaines font sourire, mais admettons qu'Eratosthène de Samos donna une bonne mesure du rayon terrestre, et que bien des grecs professèrent la sphéricité de la Terre en observant l'ombre de la planète lors des éclipses de Lune. En mécanique céleste, la considération numérique pour la prévision des éclipses par accumulation de données patiemment collectées et restituées sous forme de prévisions numériques (Saros), remonte à plus de 5 000 ans.

Newton arrive, mais pas seul !

Vingt siècles plus tard, Newton proposa la loi d'attraction gravitationnelle entre deux corps, démontrant ainsi les lois expérimentales de Kepler. Il proposa aussi une théorie corpusculaire de la lumière, dont une application est donnée ci-dessous (trou noir de Kant & Laplace). Examinant le mouvement apparemment irrégulier des satellites de Jupiter, Römer donna vers 1680 une première mesure de la célérité de la lumière, environ 280.000 km/sec selon les unités actuelles. Ainsi furent expliqués les retards d'apparitions des satellites de Jupiter. Ce furent les débuts du calcul théorique en mécanique céleste. L'amélioration des mesures du temps et des distances permit plus de précision au cours des 17^{me} et 18^{me} siècles, et des anomalies furent constatées :

- Retard de l'apparition de la comète de Halley, expliqué par Clairaut (calcul des perturbations).
- Découverte d'Uranus par Le Verrier.

Le premier modèle cosmologique rationnel apparut entre 1750 et 1800 avec les réflexions de Kant et de Laplace : le modèle est intéressant, car il propose l'existence de corps très denses dont la lumière ne peut s'échapper : Le **le trou noir**. D'autres observations conduisent à des interprétations aberrantes comme l'éther, ou échouent dans l'explication de la précession de l'orbite de Mercure.

Le trou noir d'après le modèle de Kant & Laplace

Newton supposa que la lumière est composée, de grains de lumière de très faible masse et de vitesse finie. Avec cette hypothèse associée à la loi de la gravitation, le modèle de Kant & Laplace envisagent des corps si massifs, que les particules de lumière, ne puissent s'en échapper. Le calcul très simple conduit à une formulation intéressante.

La vitesse relative de deux corps sphériques et homogènes de masses m et M , distants de R résulte de l'équilibre entre la force d'attraction résultante de la loi de gravitation universelle et l'accélération centripète. Si la masse m est très petite devant celle du corps M , on peut confondre le centre de gravité de l'ensemble des deux corps avec le centre du corps de plus grande masse d'où, G étant la constante de la gravitation universelle :

$$m.v^2/R = G.M/R^2 \text{ d'où il résulte } v = \text{sqrt}(GM/R)$$

Pour que la lumière, de vitesse C ne puisse s'échapper, il suffit que $V \geq C$. L'égalité conduit à poser que le rayon de la masse M doit être : $R \leq GM/c^2$!

Il fallut attendre la création de la théorie de la RG (Relativité Générale) pour que Schwarzschild donne une valeur double à ce qu'on appelle maintenant l'horizon du trou noir :

$$\text{Mécanique Rationnelle } R = G.M/c^2$$

$$\text{Relativité Générale } R = 2.G.M/c^2$$

De la Mécanique Rationnelle à la Relativité Restreinte

À la fin du 19^{me} siècle la mécanique de Galilée & Newton est dans l'impasse, car les découvertes successives de l'électro-magnétisme s'accommodent mal du concept newtonien. Cela excite les théoriciens dans la recherche d'une synthèse pour expliquer l'absence de vent d'éther dans l'expérience de Michelson Morley.

Parmi les grands contributeurs à l'amélioration de la mécanique rationnelle on trouve Lorentz et Poincaré, mais leurs réflexions restent inachevées. c'est Einstein qui propose, en 1905, la mécanique dite de Relativité Restreinte (R.R.) et trouve une explication à bien des phénomènes nouveaux, dont la mise en évidence de :

- L'invariance de la vitesse d'un rayon lumineux quel que soit le repère en mouvement.
- L'équivalence entre masse et énergie, via la vitesse de la lumière, indépendante du repère.

La mécanique newtonienne devient une approximation de la RR.

La RR, née en 1905 de la théorie de l'électro-magnétisme, apporte peu à la compréhension de la gravitation. Dix ans plus tard la Relativité Générale (RG) propose, non seulement des résultats numériques conformes à des observations anciennes mal évaluées, mais aussi de nouvelles découvertes.

La RR montre que le concept de temps est relatif puisqu'il ne se déroule pas de la même façon selon le repère dans lequel on se trouve.

De la Relativité Restreinte à la Relativité Générale

La RR est une mécanique construite pour un système inertiel. Mais pour décrire les phénomènes se déroulant dans des systèmes qui ne le sont pas, il a fallu développer toute une mécanique qui n'est plus simplement vectorielle, suffisante pour la description électro-magnétique, mais qui est généralisée par le calcul tensoriel. Ce dernier avait été l'objet de développements mathématiques importants dans le cadre de la résistance des matériaux à laquelle Maxwell s'était intéressé parmi d'autres travaux. Finalement, on dispose d'un outil mathématique complexe par son formalisme, mais connu.

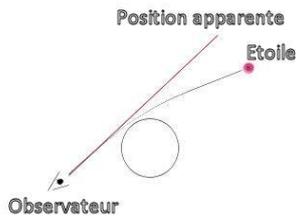
Une confusion regrettable et les acquis directs

Qu'est-ce qui appartient la Relativité Générale (R.G.) en matière de résultats physiques ?

Il faut pratiquer une dichotomie sévère des acquis directs de la RG et son utilisation en cosmologie, où des considérations supplémentaires sont nécessaires. **Il apparaît de grandes confusions !**

La théorie apporte des justifications pour des phénomènes physiques connus ou nouveaux, sans nécessité d'ajouter des postulats. Les mesures confirment les résultats par exemple le **trou noir**, dont le concept, révélé par le modèle cosmologique de Kant & Laplace. Le développement de la RG dû à Schwarzschild aboutira à donner à son horizon, un rayon double de celui proposé par Kant & Laplace. (Voir ci-dessus).

Déviation des rayons lumineux



Moins évident que le « **trou noir** » la RG prévoit la déviation des rayons lumineux par les masses. Dans le cadre d'une théorie corpusculaire attribuant une masse, même minimale, au « grain de lumière ». Cela avait-il déjà été proposé ? Dès 1905, et les travaux d'Einstein sur le photon, la masse minimale du grain de lumière est réduite à zéro, et depuis toutes les expériences visant à la modifier ont échoué ! L'important c'est la mise en évidence d'une modification de l'espace-temps par les masses.

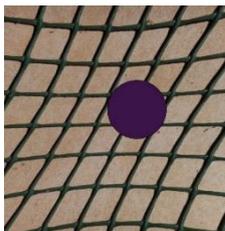
Notion de géodésique

La ligne droite est le plus court chemin entre A et B : c'est l'univers de la mécanique rationnelle, mais aussi celui de la relativité restreinte. Sur le dessin ci-dessus une masse modifie le chemin qui devient une courbe bien loin de la ligne droite : c'est la **géodésique** de ce nouvel espace, plus court chemin d'un point à un autre. Sur le plan les géodésiques sont les lignes droites, sur la sphère les géodésiques sont les grands cercles.

Jusqu'à ce développement on pensait que la lumière se propageait en ligne droite, appliquant le principe de la géométrie euclidienne. Or la présence d'un champ de gravitation, généré par une masse, doit dévier la lumière, selon une proposition de la RG. C'est la première vérification de la Théorie lors de l'éclipse de Soleil de 1920, quand des étoiles, qui devaient rester cachées par la Lune et le Soleil, restent apparentes. La valeur mesurée est conforme aux calculs de la RG. Certes, il était possible dans le cadre de la mécanique newtonienne, en accordant une masse au photon d'obtenir un résultat numérique, mais, de la moitié de celui de la RG. D'où les formules qui donnent la déviation des rayons lumineux vers la droite selon la relativité générale et vers la gauche selon la mécanique rationnelle. Si M est la masse du corps sphérique et R son rayon, on a :

$$\text{Déviation M.R.} = \frac{GM}{c^2 \cdot R} \quad (\text{en radians}) \quad \text{Déviation R.G.} = 2 \cdot \frac{G \cdot M}{c^2 \cdot R}$$

Une image, devenue bien classique, de l'allongement du trajet A vers B peut être donnée : la masse représentée par une boule déforme le tissu original, les géodésiques ne sont plus des droites. La signification physique du phénomène est que la présence des masses modifie la structure de l'espace-temps. Il est intéressant de noter que **la déviation de la lumière**, calculée par la mécanique rationnelle, est la moitié de celle donnée et mesurée par la Relativité Générale. Lors de l'éclipse de 1920 la mesure a tranché en faveur de la R.G., avec le coefficient 2. Déviation des rayons lumineux et trou noir auraient pu être proposés, constatés et mesurés avant la théorie de la Relativité Générale ; ce qui ne fut pas fait. L'image, ci-contre, généralise le dessin figurant en tête du paragraphe.



Précession de l'orbite de Mercure

Une explication numérique fondamentale résulta immédiatement de l'application de la RG. L'avance du périhélie de Mercure : on avait constaté une avance inexplicable de 42" d'arc par siècle.

On a cherché d'autres causes et parmi celles-ci :

- L'existence hypothétique d'une planète intra-mercurielle en se plaçant dans la droite ligne des calculs de Le Verrier pour Uranus.
- Une modification de la loi de la gravitation universelle de Newton à laquelle on aurait attaché un champ complémentaire en $1/R^3$.
- L'existence d'hétérogénéités intra-Solaire.

La RG prenant en compte la modification de l'espace-temps en raison de la présence du Soleil donna les avancées correctes pour ce phénomène qui concerne aussi la Terre et Vénus. Or ni la mécanique rationnelle ni la relativité restreinte ne proposaient quoi que ce soit sans cause complémentaire.

Décalage spectral dans un champ de gravitation

Les équations de la RG prévoient, et c'est l'une des plus simples propriétés mises en évidence par la RG, que dans un champ de gravitation la mesure du temps est modifiée.

Einstein suggéra cette mesure de la modification du temps dès 1916. C'est seulement après la Deuxième Guerre mondiale que l'on put donner une preuve éclatante, dans la vérification de Harvard. Ce point est la découverte d'un **phénomène nouveau**, alors que l'on peut ergoter sur le trou noir ou la déviation des rayons lumineux et expliquer autrement l'avance du périhélie de Mercure. Deux voies équivalentes s'ouvrirent :

- Mesurer directement le décalage des horloges, indépendamment de la R.R
- Mesurer la variation de fréquence.

Historiquement on fait la mesure de la variation de fréquence de deux façons :

- En mesurant le décalage des raies spectrales en raison de la seule présence du champ gravitationnel. C'est le domaine de la spectroscopie astronomique.
- L'utilisation de l'effet Mössbauer lors de l'expérience de Harvard en vérifiant ce décalage et sa valeur dans le champ de gravitation terrestre. **C'est l'expérience de Harvard.**

En quoi consiste cette mesure ?

D'abord dénommé **improprement** et de façon **fort inexacte** « poids de la Lumière », cette dernière appellation simplifie la compréhension du phénomène pour qui n'est pas porté sur le calcul.

En mécanique classique on sait qu'une masse m abandonnée sans vitesse initiale dans le champ de pesanteur terrestre tombe et acquiert une énergie cinétique $1/2 mv^2$ égale à mgh . (g est l'accélération de la pesanteur, et h la hauteur de chute). On ne peut le faire pour le photon de masse nulle, qui possède une énergie et une vitesse finie invariable : comment peut-il acquérir une énergie supplémentaire ? La RG donne une réponse ! Ne pouvant faire varier la vitesse, car le photon est dépourvu de masse, quel sera le moyen de stockage de l'énergie ?

Or l'énergie d'un photon s'exprime par la relation d'Einstein **$E = h \cdot \nu$**

La seule possibilité est une variation de la fréquence...

Le constat dans l'expérience de Harvard est une mesure conforme aux prédictions.

Le décalage de fréquence observé par rapport à la fréquence de référence prise dans un champ gravitationnel faible comme celui de la Terre est donné par :

$$(\nu_o / \nu_r)^2 = (1 - 2GM/c^2.R)$$

On doit remarquer que le signe moins dans l'expression ci-dessus implique une condition en raison de la présence d'un carré au premier membre. Cela est conforme au concept de trou noir.

Les ondes gravitationnelles

Les mesures ont porté essentiellement sur trois des quatre résultats fondamentaux, excluant le trou noir. Mais la théorie prévoyait aussi l'existence d'ondes gravitationnelles qui posèrent des problèmes de détection. La détection, réalisée en septembre 2015, fut publiée début 2016.

C'est une confirmation éclatante des prédictions de la RG.

Le 26 décembre 2015 un deuxième enregistrement d'ondes gravitationnelles, toujours en provenance de la coalescence de deux trous noirs, se serait produit il y a 1,4 milliards d'années.

Le développement des équations de la RG fait apparaître mathématiquement l'existence d'ondes. On sut rapidement que la détection des ondes serait difficile, car elle nécessitait, dès le calcul, la mise en cause de masses bien plus importantes que celle du Soleil. Leur analyse sur le plan purement mathématique ne fut faite que vers 1937 par Einstein et Rosen, et ce ne sont pas des ondes planes ou sphériques. Elles se propagent à la vitesse de la lumière.

Dans la mesure de septembre 2015 les masses en cause sont des trous noirs de plusieurs masses solaires en coalescence, c'est-à-dire subissant une « fusion » brutale consommant une énergie énorme pour leur émission.

De l'événement on peut donner une image simple en mécanique classique des fluides. C'est une image qui n'a pas d'autre prétention que de faire sentir le phénomène, sans plus, sauf peut-être pour la symétrie cylindrique :

Observons : la chute d'une goutte d'eau dans une flaque : il naît une onde mécanique observable se propageant selon les lois de la mécanique des fluides.



En l'absence d'autres gouttes d'eau, l'onde s'amortit et la goutte initiale a réalisé la coalescence avec la flaque. L'énergie liée à la chute de la goutte d'eau se dissipe sous forme de chaleur. Chacun peut visualiser de façon très simple l'expérience : un évier plein d'eau, et une goutte d'eau qui tombe d'un robinet qui fuit. Il est possible de calculer simplement la vitesse de l'onde en fonction de la hauteur d'eau dans l'évier (mutatis mutandis ci-dessus hauteur d'eau dans la flaque), exactement comme on calcule la vitesse de

l'onde mécanique d'un raz-de-marée lors d'un séisme.

Outre les masses mises en jeu, la différence, entre les ondes gravitationnelles et l'expérience ci-dessus, est que les ondes gravitationnelles se propagent à la vitesse de la lumière.

Conclusion sur la Théorie de la relativité Générale

Les cinq effets cités ci-dessus ont trouvé dans la RG et à un titre ou à un autre une validation, une valeur exacte ou une découverte. Les masses perturbent l'espace-temps. La R.G. s'arrête là dans l'état

actuel de son développement gravitationnel sans hypothèses complémentaires. En lui-même le concept d'espace-temps n'est pas issu de la R.G. , mais de la R.R. à laquelle il s'intègre parfaitement.

On ne peut aller plus loin. La RG, en abordant la gravitation, ne peut être utilisée pour spéculer tant sur le passé que sur l'avenir de l'Univers, ou éventuellement, avec des compléments dont certains relèvent de l'hypothèse osée même s'ils conduisent à des visions intéressantes.

Transition vers la cosmologie

1) Une remarque fondamentale s'impose : tous les phénomènes, mis en jeu, mettent en évidence l'importance de la masse dans l'intensité des effets.

2) Encore plus intéressante est la remarque suivante en vue de la transition vers la cosmologie :

Interprétations, vérifications et découvertes mentionnées ci-dessus sont établies pour des temps et des distances qui restent à l'échelle de la Galaxie, au milliard d'années pour le temps peut-être, au milliard d'années de lumière pour les distances.

Mais ces expressions « au milliard » restent-elles valables lorsqu'on veut regarder les origines ?

L'extension des acquis de la R.G. après transition vers des temps et des distances plus grandes reste-t-elle toujours valable et, dans ce cas, pour quelles hypothèses ?

Le problème est posé.

3) Nous sommes obligés de continuer d'admettre une axiomatique présente dans toutes les théories de mécanique pour toutes les formes (rationnelle, RR, RG, Quantique) : **l'homogénéité et l'isotropie** de l'espace qui conduisent à la conservation de l'énergie et du moment cinétique. Aucune théorie, aucune mesure n'a jusqu'à présent mis en cause ces deux dernières propriétés.

4) **Et Dirac arriva**, avec des idées nouvelles, conscient d'oublis dans l'élaboration des théories et des modèles.

Son idée était aussi simple que révolutionnaire, puisqu'il compara l'intensité de l'interaction électro-magnétique entre les deux charges élémentaires du proton et de l'électron avec l'intensité de l'interaction gravitationnelle entre ces deux mêmes particules. Après réflexion et évaluation sommaire il proposa qu'à l'origine des temps les valeurs des deux interactions fussent égales, autrement dit que depuis cet instant, **s'il a existé**, la gravitation s'était affaiblie.

L'évolution des idées, forte d'un tel parrainage, fait qu'actuellement des théories jadis vouées aux gémonies ressurgissent, mieux présentées, mieux travaillées, plus élaborées sur la variabilité temporelle des constantes dites universelles, et sur la forme de cette évolution, qui en valeur relative restera très faible, surtout à l'échelle humaine et même à l'échelle historique, c'est-à-dire du millénaire.

L'impact sur les modèles possibles d'univers est énorme parce que les calculs se déroulent sur des temps de milliards d'années et des distances de milliards d'années-lumière, alors que les résultats présentés comme conséquences de la R.G. relèvent tout au plus du multiséculaire, voire du quasi-immédiat comme la mesure de la déviation de la lumière par les masses, ou l'effet Mössbauer.

Prolongement de la Relativité Générale dans le problème cosmologique

Bien des gens à commencer par Einstein lui-même ont compris que les équations de la R.G. comportent, comme tout système d'équations différentielles, l'introduction de conditions aux limites. Vouloir s'intéresser au fait que les masses perturbent conduit tout naturellement à s'interroger, dans un volume donné à ce qu'est la densité de matière, c'est un minimum de réflexion, ou alors à supposer l'univers vide.

La masse. On a vu que les masses modifient l'espace-temps, donc lorsqu'on veut étendre les données à l'Univers faut-il encore au moins parler de sa masse, ou au moins pour évaluer au loin des masses importantes parler d'une densité moyenne de masse. *

Or cela apparaît dans tous les modèles.

Et il y aurait un consensus ! À partir de quelles mesures ? Et à l'exception des grosses masses, où serait une densité moyenne sans écart-type ou avec un écart-type insignifiant ?

Ensuite, l'univers est-il fermé ou ouvert, i.e. sphérique ou elliptique selon un aspect, ou plan ou hyperbolique selon un autre aspect. Ce paramètre d'importance infime sur les phénomènes locaux cités dans la vérification en possède une énorme dans le cas des grandes distances.

Le respect de la rigueur mathématique impose l'introduction d'une constante arbitraire, dite constante de relativité qui peut prendre des valeurs différentes. Einstein regretta même de l'avoir introduite alors qu'elle s'impose logiquement.

Cela produit bien de paramètres et autant de modèles que l'on veut.

On peut parler d'inflation, non pas au sens que certains développements de la R.G. lui donnent, mais banalement par le nombre de modèles proposés, même si certains ne survivent pas à quelques analyses un peu poussées.

Cela est un prolongement spéculatif de la RG sans que cela en soit une conséquence directe avérée susceptible de la mettre en cause, vu le nombre de modèles proposés.

Les développements de la R.G. ***dans le domaine cosmologique*** ne sont donc pas uniques. Ils sont l'œuvre de personnes très différentes parmi lesquelles on peut noter Einstein, de Sitter, Friedmann, Lemaître, pour les plus connus. Les deux derniers, étudiant les équations de la RG, sous des ***conditions paramétrées*** comme il est indiqué ci-dessus en déduisent, avant 1940, que l'Univers serait en expansion constante. Cela arriva à point nommé parce que Hubble, astronome des années 1920/1940 s'aperçut qu'on ne pouvait expliquer un décalage spectral qu'en admettant qu'il y avait une fuite des galaxies dans toutes les directions.

Donc, un phénomène physique mesuré, des explications théoriques immédiates. **Quel plaisir !**

On ne peut passer en revue tous les modèles d'évolution de l'Univers, aussi il faut se limiter drastiquement à deux :

Pour commencer, le premier modèle d'Einstein, statique, fermé (sphérique ou elliptique) pourvu d'un rayon de courbure constant où seule subsiste une densité de matière constante dans le temps.

Ensuite celui de De Sitter : plus élaboré, il devrait être la limite « asymptotique » de tous les autres modèles lorsque la densité de matière tend vers zéro. Son intérêt majeur est de faire apparaître trois états possibles de l'Univers : une expansion infinie, un univers statique et enfin, ce dont on parle peu

comme s'il s'agissait d'une solution pestiférée, un Univers pulsant que des travaux ultérieurs ont évalué avec une périodicité de 180 milliards d'années.

Dans un ouvrage célèbre (Un, deux, trois l'infini) Gamow évoque quasiment cette dernière possibilité sous la forme d'un univers passant par des états successifs de contraction et d'expansion. Compte tenu de la personnalité de son auteur et de ses liens avec de nombreux physiciens dans le monde entier, y compris en URSS, dont il était originaire, sa réflexion mérite plus qu'une considération distinguée.

Pourquoi éluder le problème du modèle d'Univers ?

Dans l'état actuel des modèles on a souligné l'inflation sur le nombre, en raison de la diversité des paramétrages possibles, chacun cherchant par tout moyen d'apparence légitime d'expliquer tel ou tel aspect d'une mesure physique, souvent contradictoires.

Il existe des anomalies physiques, peut-être constituées seulement de paradoxes mais, pour l'instant, non résolues sauf par le principe scholastique : l'exemple est celui des collisions de galaxies dans un espace où toutes les galaxies devraient s'éloigner les unes des autres, y compris la Voie Lactée de sa voisine Andromède. Mais ce n'est pas le cas !

Base sommaire et élémentaire

La base mathématique de la RG est le calcul tensoriel. Celui-ci prolonge le calcul vectoriel, son approche nécessite déjà une connaissance de ce dernier.

Une initiation simple : « Que sais-je n° 418 : Calcul vectoriel et calcul tensoriel »

En mécanique il est indispensable de passer par un bon cours de mécanique rationnelle : à cet égard le Landau et Lifchitz tome I est un modèle de pédagogie. Il nécessite des connaissances normalement acquises en DEUG ou Spé.

Après on peut passer au tome II de ces mêmes auteurs, tant pour la Relativité Restreinte que pour la RG, car le caractère pédagogique persiste. Toutefois l'exposé des modèles cosmologiques est très réduit.

Pour plus de prolongement, on peut consulter le vieux (1964) mais très bien fait « Relativité Générale de Jean E. Charron (collection Kister Editions de la Grange Batelière) »

Ce sont les premières marches d'un escalier géant qui voudrait accéder aux limites de l'Univers. Tout n'est pas détaillé, ce n'est pas complet, mais c'est un début.

Sur les modèles cosmologiques, il faut plonger directement dans les revues scientifiques, soit de vulgarisation avec les réductions que cela suppose, soit de très haut niveau et en général ces dernières sont en anglais.