

COSMOLOGIE - Théories et Observations...



Jayant V. Narlikar

Chaire Internationale
Collège de France
2003-2004

Un cours de 13 conférences sur l'histoire de la cosmologie moderne et une perspective critique sur la théorie standard, ainsi que quelques idées sur des cosmologies alternatives. Les aspects, aussi bien théoriques que pratiques, sont traités.

Traduction: Philippe Schuler
Rédaction: Bernard Lempel

Avertissement:

Ce texte est la traduction, des photocopies des "transparents" qui ont été montrés aux auditeurs du Collège de France, par Monsieur J.V. Narlikar, lors du colloque "**Cosmology: Facts and problems**" qui a eu lieu en 2003-2004.

Notons qu'à la demande de Monsieur Narlikar, quelques modifications et quelques figures ont été ajoutées au texte initial. Cela ne modifie en rien l'essentiel de ce cours, mais y apporte quelques précisions utiles.

Vos observations sont les bienvenues. N'hésitez pas à nous les faire parvenir.

Merci à tous,

Philippe Schuler et Bernard Lempel le 12/02/2005

Livres de référence :

- Weinberg, " Gravitation and Cosmology ", Wiley, 1972
- Narlikar, " An Introduction to Cosmology ", Cambridge, 2002
- Hoyle, Burbidge, Narlikar, " A Different Approach to Cosmology ", Cambridge, 2000
- Le modèle statique de Newton : " Un univers uniforme et infini peut rester statique ". (Correspondance avec Bentley...1692-1693) La conclusion de Newton : " Un tel modèle est très instable. " [Mathematical Papers of Isaac Newton (1976), D.T.Whiteside editor, Cambridge : voir vol.7, pp.233,238]

Des tentatives plus tardives concernant la cosmologie newtonienne :

- H.Seeliger,1895,Astr.Nachr. cxxxvii, 129
- H.Seeliger,1896,Münch,Ber.Math.Phys.Kl., 373
- C.Neumann,1896,"Allgemeiner Untersuchungen über das Newtonsche Prinzip der Fernwirkungen ", Leipzig
- W.H.McCrea & E.A.Milne, 1934 : " Newtonian universes and the curvature of space ", Qu.J.Math. 5, 73
- Les modèles McCrea-Milne sont très semblables à ceux de la relativité générale de Friedmann et Lemaître.

L'approche d'Einstein :

- 1915, Les équations de la relativité générale
- 1917, Première application à la cosmologie, Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Sitzbe..., 142 (1917)

Le problème était d'abord traité dans le cadre newtonien. En supposant que le potentiel gravitationnel \rightarrow constant dans un espace infini; $r \rightarrow 0$, cela donne une distribution sphérique symétrique telle que $\rho \rightarrow 0$ plus rapidement que $\frac{1}{r^2}$.

En appliquant la loi de Boltzmann de la distribution de gaz, on en déduit que $\rho \equiv 0$.

Cette difficulté disparaissait s'il existait une force de répulsion cosmologique $F_\lambda = \lambda_R$ entre chaque paire de particules distantes l'une de l'autre de "r".

"La conclusion à laquelle j'arriverai est que les équations de champ de la gravitation que j'ai approuvées jusqu'à présent, nécessitent encore une légère modification, afin que, sur la base de la théorie générale de relativité, les difficultés fondamentales qui s'opposent à la théorie newtonienne soient évitées".

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R + \lambda g_{ik} = -KT_{ik}$$

Dans le cadre Newtonien, à la limite du champ faible, le terme supplémentaire correspond à $F_\lambda = \lambda r$.

Pour un univers homogène, isotrope et statique, l'élément différentiel de la métrique :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - S_0^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 \{ d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2 \} \right]$$

S_0 , facteur d'échelle constant; $k = 0, 1$ ou -1 ,

Les équations de champ donnent pour $k = +1$: $\lambda - \frac{3}{(S_0)^2} = -\frac{8\pi G}{c^2} \rho_0$ $\lambda - \frac{1}{S_0^2} = 0$

Si $k = 0$ ou -1 , il n'y a pas de solution. Si $k = 0$ et $\lambda = 0$ on a $\frac{1}{S_0^2} = 0$ et $\rho_0 = 0$

Donc, l'unique solution non triviale est $\lambda > 0$ avec: $S_0 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ $\rho_0 = \frac{\lambda c^2}{4\pi G}$

Il s'agit de l'univers d'Einstein. Il semble donner un contenu Machien à la relativité générale.
→ Une solution remarquable où la géométrie du fond de l'espace-temps est définie uniquement par la matière contenue dans l'univers.

Mais un avis contraire fut émis quelques mois plus tard par de Sitter : 1917 Proc. Akad. Wetenschap Amsterdam, 19, 1917

$$ds^2 = c^2 dt^2 - e^{2Ht} [dr^2 + r^2 \{d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2\}]$$

Du mouvement sans matière !

Le red shift des nébuleuses a été découvert à partir de 1914.

- (i) V.M.Slipher (1914) à l'observatoire de Lowell, Lowell Bull. 2, 56
- (ii) F.G.Pease (1915-1920) est resté à Mt. Wilson
- (iii) Milton Humason à Mt. Wilson ~1927

Dès les années 1930, 90 red-shifts ont été mesurés.

1) La plupart étaient positifs $z = \frac{\lambda_{\text{observé}} - \lambda_{\text{prévu}}}{\lambda_{\text{prévu}}} > 0$

2) La gamme du décalage cz était importante : de quelques centaines de km/s à 20.000 km/s.

3) Des groupes de nébuleuses ayant environ les mêmes vitesses avaient été décelés par Humason ; par exemple, dès avant 1933, il avait mesuré le décalage de Virgo, Persée, Coma et Pégase, ainsi que les amas de Leo.

Curtis utilisa les novae pour déterminer les distances des nébuleuses spirales. Les novae de notre galaxie ont une luminosité apparente de 5 et sont distantes de 10.000 années lumière.

4) Des novae dans des galaxies spirales avaient $m \sim 18$.

$$13 = m_1 - m_2 = 5 \log D_1 - 5 \log D_2 = 5 \log \left(\frac{D_1}{D_2} \right) \qquad \frac{D_1}{D_2} = 10^{2,6} \sim 4.10^2$$

$$\Rightarrow D_1 = 4.10^6 AL \qquad \text{Globalement, pour M 31, } D \cong 0,5.10^6 AL$$

→ le débat Curtis - Shapley (1919) Bull. Natl. Res. Council vol.2, pt.3, No.11

Une source de confusion ! "S-Andromède", une "nova" de M 31, était bien plus brillante qu'une nova moyenne ($M \cong -15,1$ comparé à $M_{moy} \cong -6,1$). Quinze années plus tard, elle était reconnue comme étant une "supernova".

Hubble utilisa les variables céphéides pour estimer les distances de M 31 et M 33. Il trouva

- 50 variables, y compris 40 céphéides dans M31
- 35 céphéides dans M33.

Shapley en avait mesuré 105, et avait trouvé:

- dans SMC $m-M = 17,55$.
- Pour M33 $m-M = 22,1 \Rightarrow D \cong 850.000 \text{ AL}$.
- Pour M31 $m-M = 22,2 \Rightarrow D \cong 900.000 \text{ AL}$.

L'erreur de jauge de SMC affecterait toutes les distances. Les valeurs de Shapley ont été révisées ultérieurement, et les distances de M33, M31 furent réduites de 40%.

Les travaux de Van Maanen, par contre, indiquaient constamment des distances beaucoup moins grandes, sur la base des mouvements propres; par exemple, pour une distance de 10^6 AL, une vitesse annuelle propre de $\sim 0,01''$ implique une vitesse de $\sim 15.000 \text{ km/s}$.

Pour des grandes vitesses de rotation, les galaxies spirales expulseraient de la matière et seraient démembrées en $\sim 10^7$ années. L'observatoire Mt.Wilson ne commentera pas officiellement ceci !

Une analyse ultérieure des travaux de van Maanen infirmera ses affirmations.

Qui énonça en premier la loi de Hubble, $V = H_0 D$?

- Weitz (1924) montra que les vitesses radiales augmentent à mesure que le diamètre des spirales diminue. (Astr. Nacht. 222, 21).
- Lundmark (1924) trouva une faible corrélation entre les V et D des nébuleuses. (MNRAS 84, 747)
- Dose (1927) fit une analyse semblable. (Astr. Nacht. 229, 157)
- Lemaître (1927) calcula V/D et trouva une valeur peu différente de celle de Hubble postérieure de deux ans (Ann. de la Société Scientifique de Bruxelles 47, 49).
- Hubble (1929) : dans son graphique, certaines des distances étaient fausses...aurait-il trouvé la loi linéaire si les distances correctes avaient été connues ? (Proc. Nat. Acad. Sci. (USA) 15, 168)

La valeur initiale de $H_0 \cong 558 \text{ km/s/Mpc}$. En prenant $H_0 = h_0 \times 100 \text{ Km s}^{-1} \text{ par Mpc}^{-1}$, on a alors $h_0 \cong 5,6$. Bien que cette valeur était admise jusqu'au début des années 1950, il devint évident qu'il y avait des erreurs de calibration. Par exemple, il y a deux classes différentes d'étoiles variables, les céphéides et les RR Lyrae. Elles ont des relations P-L différentes. Et Hubble avait confondu les régions HII avec les étoiles les plus brillantes.

Les rectifications de ces deux erreurs augmentèrent les distances, et donc diminuèrent H_0 .

Au début des années 60, Allan Sandage obtint $h_0 \cong 1$, c'est-à-dire $H_0 \cong 100 \text{ km/s/Mpc}$.

Cependant, de Vaucouleurs obtint environ le double de cette valeur.

Sandage (1962) dans "Problems of Extragalactic Research", IAU Symp. 15, p.359 (Reidel/Kluwen).

Au début de 1970, Sandage réduira encore davantage $h_0 \sim 0,5$. Et plus tard jusqu'à $\sim 1,0$.

De Vaucouleurs : (1976) AV/CNRS Colloquium
(1980) Texas Symposium Proceedings. Proc. of N.Y. Acad. Sci.

La valeur moderne de H_0 (?) :

Suite au lancement du HST, l'observation cosmologique primordiale était de déterminer H_0 . Les céphéïdes furent utilisées, Wendy Fredmann et d'autres trouvent h_0 dans la gamme 0,7-0,75. Cependant Sandage trouve toujours h_0 dans la gamme 0,5-0,6, en utilisant les supernovae. Il y a encore des différences des points de vue !

Au début des années 30 : Hubble voulait déterminer la courbure de l'espace.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - S^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right\}$$

Le facteur de Robertson-Walker : $k = 0, +1$ ou -1 .

Et k entre dans le rapport volume / rayon de l'espaces à 3 dimensions.

Est-ce qu'un comptage des galaxies peut être probante ? Il y a trop de galaxies à compter ! Un télescope de 200 pouces fut proposé pour l'étude, il fut agréé et terminé, mais l'étude fut abandonnée.

Une autre voie essayée pendant les années 60 à 70, fut la relation $m - z$, aux z élevés. On verra cela plus tard.

Les modèles théoriques :

Sur la base (i) du postulat de Weyl et (ii) du principe cosmologique... appliqués à la relativité générale.

- Postulat de Weyl \rightarrow Régularité du mouvement de la matière.
- Principe cosmologique \rightarrow distribution régulière de la matière.

Ceci est à comparer avec l'approximation de continuité des fluides en hydrodynamique.

- Question (1) : cette approximation est-elle valable dans une théorie non-linéaire, telle que la relativité générale ? Particulièrement dans des champs importants ?
- Question (2) : Est-ce que la régularité du mouvement est une bonne approximation ?

Du fait que la vitesse aléatoire actuelle $V_{random} \approx 300 kmS^{-1} \ll c = 3 \cdot 10^5 kmS^{-1}$

Mais $V_{random} \propto \frac{1}{S}$ Si S était inférieur dans le passé, l'approximation est-elle valable ?

Si S était alors égale à $1/10^3$ de sa valeur actuelle, la vitesse aléatoire aurait été $V_{random} \cong c$

Les équations de champ de la relativité générale $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -\frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$

Le postulat de Weyl + le principe cosmologique déterminent :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - S^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right\} \quad k = 0, +1, -1$$

A partir des 10 équations différentielles partielles non-linéaires et des 4 conditions de cohérence, le problème est réduit à 2 équations différentielles ordinaires :

$$\frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{8\pi G}{3c^2} T_0^0 \quad 2 \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = \frac{8\pi G}{c^2} T_1^1 \quad (= T_2^2 = T_3^3)$$

[Il n'y a plus aucun élément en dehors de la diagonale.]

Quelle est l'exigence de cohérence ? C'est la loi de conservation de la matière :

$$\frac{d}{dt} [S^3 T_0^0] - 3T_1^1 S^2 \dot{S} \equiv 0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} T_0^0 = \epsilon & \text{densité d'énergie} \\ -T_1^1 = p & \text{pression} \end{cases}$$

Que sont ϵ et p ? \Rightarrow Que contient l'univers ?

Friedmann – Lemaître: $p = 0 \quad \epsilon = \rho c^2$, approximation poussière

Gamow: $p = \frac{1}{3} \epsilon$, approximation relativiste, rayonnement dominant.

L'Univers actuel est dominé par la matière.

$$\rho_{\text{visible}} \approx 4.10^{-31} \text{ g cm}^{-3} \quad \epsilon_{\text{radiation}} \approx 4.10^{-13} \text{ erg cm}^{-3} \ll \rho_{\text{visible}} c^2$$

Mais $\rho \propto \frac{1}{S^3} \quad \epsilon \propto \frac{1}{S^4} \Rightarrow$ pour S suffisamment petit, $\rho c^2 \ll \epsilon$

L'état actuel de la constante cosmologique :

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R + \lambda g_{ik} = -\kappa T_{ik} \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$$

$$2 \frac{\ddot{S}}{S} + \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \lambda c^2 = \frac{8\pi G}{c^2} T_1^1 \quad \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} - \frac{1}{3} \lambda c^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} T_0^0$$

Rappel: L'univers d'Einstein prévoit que $S = S_0 = \text{constant}$.

$$k = +1 \quad \lambda \equiv \lambda_c = \frac{1}{S_0^2} \quad \rho \equiv \rho_0 = \frac{\lambda_0 c^2}{4\pi G}$$

L'univers de De Sitter postule :

$$S \propto e^{H_0 t} \quad H_0 = \text{Cte} \quad k = 0 \quad \lambda_c = \frac{3H_0^2}{c^2} \quad \rho = 0$$

Si on requiert la conservation de l'énergie,

$$T_{;k}^{ik} \equiv 0 \Rightarrow \left(R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R + \lambda g^{ik} \right)_{;k} \equiv 0 \Rightarrow \lambda_{;j} = 0 \Rightarrow \lambda = Cte$$

Ainsi les équations d'Einstein ne permettent pas une variation de λ à moins que la loi de la conservation de l'énergie ne soit violée.

λ se présente comme un multiplicateur Lagrangien dans le principe d'action de Hilbert :

$$\delta \int_V R \sqrt{-g} d^4x = 0 \quad \text{Sous réserve que:} \quad \int_V R \sqrt{-g} d^4x = Cte \quad \text{Condition de volume constant !}$$

Si λ n'a pas de signification géométrique, écrivons :

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -K \left[T_{ik} + \frac{\lambda}{\kappa} g_{ik} \right]$$



Energie Sombre

Si λ doit être variable, utilisons un Lagrangien.

Un commentaire sur le redshift :

Le redshift cosmologique est donné par :

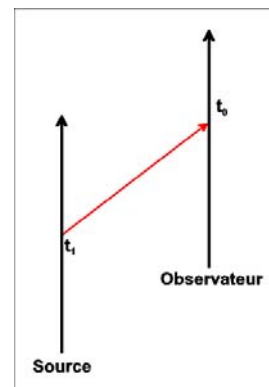
$$1 + z = \frac{S(t_0)}{S(t_1)}$$

t_1 : l'heure à l'émission de la lumière

t_2 : l'heure à la réception de la lumière

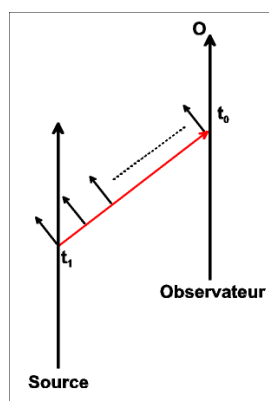
$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Ceci peut-il être interprété comme un décalage Doppler ?



Propager parallèlement le vecteur tangentiel à la ligne de l'univers allant de la source jusqu'à l'observateur le long du rayon nul les reliant.

Calculer le décalage Doppler de ce vecteur par rapport au vecteur de vitesse de l'observateur.



On obtiendra $\frac{S(t_0)}{S(t_1)} - 1 \equiv z \quad !$

[J.V. Narlikar, 1994, American Journal of Physics 62, 903]

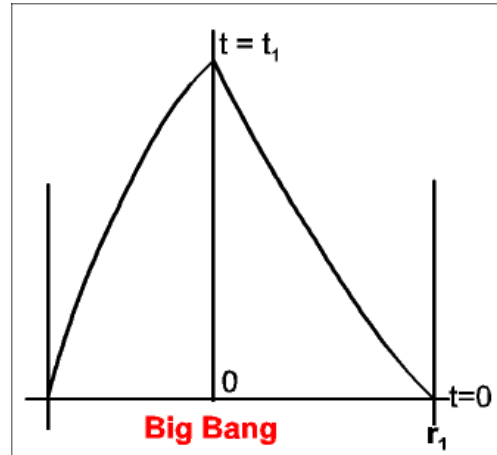
Horizons cosmologiques : il y en a deux types.

(1) L'horizon de particule limite causale des communications venant du passé...

$$\int_0^{t_1} \frac{cdt}{S(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}$$

$$S(t) = At^{1/2} \quad k = 0$$

$$\int_0^{t_1} \frac{cdt}{At^{1/2}} = \frac{2c}{A} t_1^{1/2} = r_1$$



$$\text{La distance propre à } t_1 = r_1 S(t_1) = \frac{2c}{A} t_1^{1/2} \times At_1^{1/2} = 2ct_1$$

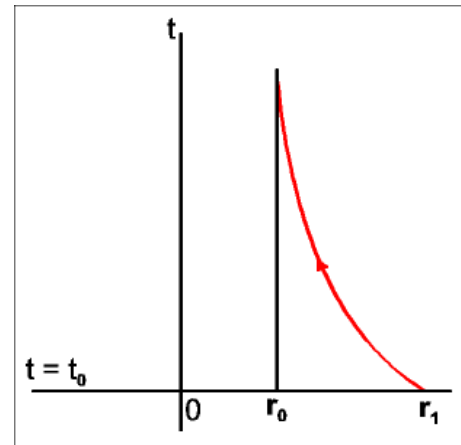
Ceci est le "rayon de l'horizon de particule".

(2) L'horizon des événements, limite causale des communications vers le futur

$$S(t) = e^{H_0 t} \quad k = 0$$

$$\int_{t_0}^{\infty} \frac{cdt}{S(t)} = r_1 - r_0$$

$$r_1 - r_0 = \int_{t_0}^{\infty} \frac{cdt}{e^{H_0 t}} = \frac{c}{H_0} e^{-H_0 t_0}$$



Pour que le signal $\rightarrow r_0 = 0$, $r_1 = \frac{c}{H_0} e^{-H_0 t_0}$ dans le cas limite, c.à.d en général, $r_1 < \frac{c}{H_0} e^{-H_0 t_0}$

La distance propre à $t_0 = r_1 e^{H_0 t_0} = \frac{c}{H_0} \rightarrow$ le rayon de l'horizon des événements.

Une **erreur fréquente** est de confondre les deux types d'horizons.

Très souvent nous utilisons le concept du "rayon de Hubble", qui n'a rien à voir avec le caractère global de l'espace-temps.

$$H = \frac{\dot{S}}{S}$$

$$\text{Rayon de Hubble: } \frac{c}{H}$$

Cette longueur caractérise la dimension géométrique typique de l'univers. Elle n'a pas de rapport avec la causalité.

Quelques relations typiques pertinentes aux modèles de Friedmann :

$$H = \frac{\dot{S}}{S} \quad H(t_0) = H_0 = 100h_0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

$$q_0 = -\frac{1}{H_0^2} \frac{\ddot{S}}{S} \quad \text{Paramètre de décélération.}$$

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad \text{Densité critique (Modèle où } k = 0)$$

$$\rho = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \rho_0 = \Omega_0 \rho_0$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{\lambda c^2}{3H_0^2} \quad (\equiv \Lambda) \quad \text{(Note: } \lambda = \text{Cte mais } \Omega_\Lambda \text{ varie selon l'époque.)}$$

En appliquant aux équations de champ de l'époque actuelle :

$$H_0^2 + \frac{kc^2}{S_0^2} - \frac{1}{3} \lambda c^2 = H_0^2 \Omega_0 \quad (1 - 2q_0)H_0^2 + \frac{kc^2}{S_0^2} - \lambda c^2 = 0$$

$\lambda = 0$

$$\frac{kc^2}{S_0^2} = (2q_0 - 1)H_0^2 \quad \Rightarrow$$

$k = +1$	$q_0 > \frac{1}{2}$	$\Omega_0 > 1$
$k = -1$	$q_0 < \frac{1}{2}$	$\Omega_0 < 1$
$k = 0$	$q_0 = \frac{1}{2}$	$\Omega_0 = 1$

$$\Omega_0 = 2q_0$$

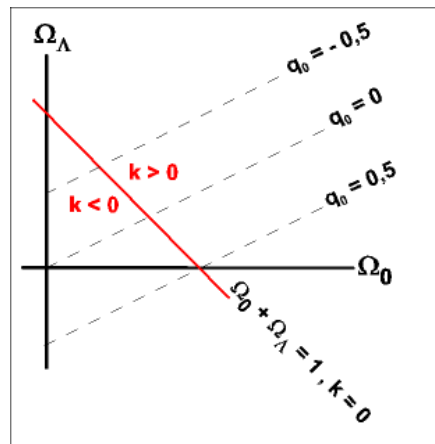
$\Omega \neq 0$

$$\Omega_0 = 2q_0 + 2\Omega_\Lambda$$

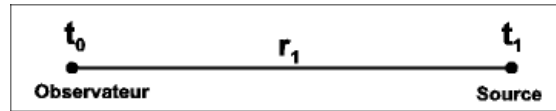
$$k = 0 \Rightarrow \Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$$

$q_0 > 0$ Univers en décélération

$q_0 < 0$ Univers en accélération



Distance de luminosité



Fonction spectrale à la source : $dL = LI(\lambda)d\lambda$ $\int_0^{\infty} I(\lambda)d\lambda = I$

Luminosité totale de la source $= L$

Gamme de longueur d'onde à la source $= \lambda_1, \lambda_1 + \Delta\lambda_1$

Gamme de longueur d'onde à l'observateur $= \lambda_0, \lambda_0 + \Delta\lambda_0$

$$\lambda_0 = (I + z)\lambda_1 \quad \Delta\lambda_0 = (I + z)\Delta\lambda_1$$

L'énergie quittant la source pendant Δt_1 , en $(\lambda_1, \lambda_1 + \Delta\lambda_1)$

$$LI(\lambda_1)\Delta\lambda_1\Delta t_1 = LI\left(\frac{\lambda_0}{I+z}\right)\frac{\Delta\lambda_0}{I+z} \cdot \frac{\Delta t_0}{I+z}$$

[L'intervalle de temps Δt_1 à la source correspond à $\Delta t_0 = (I + z)\Delta t_1$ pour l'observateur.]

Cette énergie est faite de quanta de fréquence $\sim \frac{c}{\lambda_1}$ Chaque quantum possède une énergie $\frac{ch}{\lambda_1}$.

[Elle est transformée en $\frac{ch}{\lambda_0}$ c'est à dire une minoration d'un facteur $(I + z)$ à l'observateur.]

Nombre de photons émis pendant Δt_1 : $N = \frac{LI(\lambda_1)\Delta\lambda_1\Delta t_1}{\frac{ch}{\lambda_1}} = LI\left(\frac{\lambda_0}{I+z}\right) \cdot \frac{\Delta\lambda_0}{I+z} \cdot \frac{\Delta t_0}{I+z} \cdot \frac{\lambda_1}{ch}$

$$N = \frac{L\lambda_0}{ch} \cdot \frac{I}{(I+z)^3} I\left(\frac{\lambda_0}{I+z}\right) \cdot \Delta\lambda_0\Delta t_0$$

Nombre de photons reçus par unité de surface perpendiculairement au flux de la source :

$$\frac{L\lambda_0}{ch} \cdot \frac{I}{(I+z)^3} I\left(\frac{\lambda_0}{I+z}\right) \cdot \Delta\lambda_0\Delta t_0 \cdot \frac{I}{4\pi r_1^2 S^2(t_0)}$$

L'énergie de chaque photon est égale à $\frac{hc}{\lambda_0}$

Donc, le flux reçu par surface unitaire, et par longueur unitaire d'onde est égal à :

$$l(\lambda_0) = L \cdot \frac{I}{(I+z)^3} \cdot I\left(\frac{\lambda_0}{I+z}\right) \cdot \frac{I}{4\pi r_1^2 S^2(t_0)}$$

Il n'y avait pas de théorie de la dynamique. Celle-ci a été fournie par l'approche de Hoyle, basée

- (i) sur l'argument que la "création de matière" selon le Big Bang n'est pas cohérente avec la loi de conservation de matière.
- (ii) que la singularité n'est pas cohérente avec les équations de champ

$$R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R = -K \left\{ T^{ik}_{(matière)} + T^{ik}_{(termes\ de\ création)} \right\}$$

M.H.L.Pryce donna une dérivation élégante de $T^{ik}_{Création} = -f \left\{ C^i C^k - \frac{1}{2} g^{ik} C^l C_l \right\}$

Pour $C_i \equiv \frac{\partial C}{\partial x^i}$ C est un champ scalaire

Objections des physiciens au champ C au cours des années 1950 à 1960 :

- 1) Les champs scalaires n'existent pas
- 2) Les champs d'énergie négative n'existent pas
- 3) La non conservation des baryons est impossible.

Aujourd'hui, les physiciens utilisent les champs scalaires d'énergie négative et ils estiment que le nombre de baryons n'est pas constant aux très hautes énergies.

Certaines objections des astronomes pendant les années 1950 à 1960 :

- 1) L'effet Stebbins Whitford n'est pas cohérent avec l'état stationnaire
- 2) Les décomptes des radiosources montrent une évolution.
- 3) L'univers ralentit, tandis qu'un univers stationnaire accélère.

Aujourd'hui, aucune de ces objections n'est valable !

Cependant, la théorie de l'état stationnaire ne pouvait pas expliquer l'évidence des années 1960 - 1970 :

- (i) l'abondance observée des nucléons légers, comme le ^4He , ^2H , et
- (ii) le fond micro-onde isotrope observé (CMB).

Au début de l'univers :

T^{ik} est actuellement dominé par la matière : $\rho_{matière} \geq 10^3 \rho_{radiation}$

Cependant, $T^{ik}_{matière} = \rho_m u^i u^k$ $T^{ik}_{radiation} = \frac{4}{3} \rho_r u^i u^k - \frac{1}{3} \rho_r g^{ik}$

$$T^{ik}_{jk} = 0 \Rightarrow \rho_m \propto \frac{1}{S^3} \quad T^{ik}_{jk} = 0 \Rightarrow \rho_r \propto \frac{1}{S^4}$$

Pour S_I suffisamment petit, $\rho_r > \rho_m$

Au début de l'univers $\left(S < \frac{S_0}{1000} \right)$ était dominé par le rayonnement.

Les mouvements aléatoires $\propto \frac{1}{S}$ La pression $\sim \rho v_r^2 \sim \frac{1}{S^5}$

A mesure que l'on remonte de plus en plus loin vers le passé, nous devrions voir prédominer la pression de la matière. A mesure que v_r augmente, la matière devient relativiste..., c'est à dire, qu'il n'y a plus de différence entre matière et rayonnement.

L'univers photonique: les photons sont en équilibre thermodynamique.

$$\rho_r = aT^4 \propto \frac{1}{S^4} \rightarrow \rho_r = \frac{B}{S^4} \qquad 3 \frac{\dot{S}^2 + kc^2}{S^2} = 8\pi G\rho_r = 8\pi GaT^4$$

Par hypothèse, commençons avec $|kc^2| \ll \dot{S}^2 \Rightarrow \frac{\dot{S}^2}{G^2} = \frac{8\pi G\rho_r}{3} = \frac{8\pi GB}{3S^4}$

$$\Rightarrow S \dot{S} = \text{Constant} \Rightarrow S^2 \propto t \Rightarrow \frac{\dot{S}}{S} = \frac{1}{2t}$$

$$\frac{1}{4t^2} = \frac{8\pi G\rho_r}{3} = \frac{8\pi GaT^4}{3} \Rightarrow T = \left(\frac{3}{32\pi Ga} \right)^{\frac{1}{4}} t^{\frac{1}{2}}$$



Relation temps → température

$$T = \left[1.52 \times 10^{10} \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\text{sec onde}} \right] K$$

Comment cela change t'il en présence de particules relativistes? La loi du corps noir pour les photons est modifiée pour les fermions massifs et les bosons, ainsi, pour une particule "A" :

E_A = énergie d'une particule de masse m_A P_A = moment d'une particule de masse m_A

$$E_A^2 = P_A^2 c^2 + m_A^2 c^4$$

g_A = nombre d'états de spin de la particule A

$n_A(P)$ = densité de particules de moment P par unité d'échelle de moment

$$n_A(P) = \frac{g_A}{2\pi^2 \hbar^3} \times \frac{P^2}{\exp\left\{ \frac{E_A(P) - \mu_A}{kT} \right\} \pm 1} \qquad \begin{array}{l} + \text{ fermions} \\ - \text{ bosons} \end{array}$$

T = température de la distribution μ_A = potentiel chimique de la distribution.

μ_A peut être considéré comme égal à 0 pour les photons

μ_A Peut être négligé pour les particules / antiparticules. $\frac{N_B}{N_R} \ll 1$

Total obtenu par intégration de tous les moments

$$N_A = \text{densité de l'espèce A} = \int_0^{\infty} n_A(P) dP$$

$$\text{Densité d'énergie } \epsilon_A = \int_0^{\infty} E_A(P) n_A(P) dP$$

$$\text{Pression } p_A = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} \frac{P^2}{E_A(P)} \cdot n_A(P) dP$$

$$\text{Entropie } S_A \cong \frac{1}{T} \{p_A + \epsilon_A\}$$

A haute Température

En limite relativiste pour la particule A $\epsilon_A \gg m_A c^2$

$$T \gg T_A = \frac{m_A c^2}{k}$$

Quand $T \leq T_A$ on a l'approximation "basse température": $N_A = \frac{g_A}{h^3} \left(\frac{m_A k T}{2\pi} \right)^3 \exp\left(-\frac{T_A}{T}\right)$

$$\epsilon_A = m_A N_A$$

$$p_A = N_A k T$$

$$S_A = \frac{m_A N_A}{T} c^2$$

Aux températures élevées,

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} g_A \epsilon_\gamma \quad \text{pour les bosons} \\ \epsilon_A = \\ \frac{7}{16} g_A \epsilon_\gamma \quad \text{pour les fermions} \end{array} \quad \begin{array}{l} \nearrow \\ \nearrow \end{array} \quad \epsilon_\gamma = \frac{\pi^2 (kT)^4}{15 h^3 c^3} = a T^4$$

$$\text{Pour un mélange de bosons et de fermions : } \epsilon = \rho_r c^2 = \frac{1}{2} g a T^4 \quad g = g_b + \frac{7}{8} g_f$$

g_b = nombre total de degrés de liberté des bosons.

g_f = nombre total de degrés de liberté des fermions.

C'est-à-dire, $\{\gamma, e^-, e^+, \nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu\}$

$$g_b = 2 \quad g_f = 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 \Rightarrow g = 9$$

Le raisonnement général: Un processus fonctionne à une vitesse significative dans l'univers primordial, pour autant que sa vitesse soit plus grande que la vitesse d'expansion de l'univers.

Les processus qui se manifestèrent dans l'univers primordial :

a. **Découplage des neutrinos** $\nu_e + \mu^- \leftrightarrow \nu_\mu + e^-$

vitesse de réaction des neutrinos $\eta \propto T^5 \exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right)$

"Cross section" $\propto T^2$ Densité électronique $\propto T^3$ Densité de muons $\propto \exp\left(-\frac{T_\mu}{T}\right)$

La vitesse de réaction est à comparer avec la vitesse d'expansion.

$$H^2 = \frac{\dot{S}^2}{S^2} \propto \epsilon \propto T^4 \qquad \frac{\eta}{H} \cong T_{10}^3 \exp\left(-\frac{1}{T_{12}}\right) \qquad \left[T_n = \frac{T}{10^n}\right]$$

Les neutrinos se découplent à $T_{10} \approx 1$ Mais $T_\nu \propto \frac{1}{S}$ après le découplage.

b. **annihilation de paires** $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$ A mesure que T diminue $\leq T_e \sim 6 \cdot 10^9 K$,

L'énergie des e^\pm est émise en photons \Rightarrow la température des photons augmente

Au début, $T_\gamma = T_\nu$ Plus tard, après annihilation de tous les e^\pm , $\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{\frac{1}{3}} \sim 1,4$

Actuellement, $T_\gamma \sim 2,7K$ aussi nous prévoyons que $T_\nu \sim 1,9K$

CECI EST UNE PREDICTION CATEGORIQUE !

rapport $n - p$ et abondance de 4He .

$$N_p = \frac{2}{h^3} \left(\frac{m_p kT}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{T_p}{T}\right) \qquad N_n = \frac{2}{h^3} \left(\frac{m_n kT}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{T_n}{T}\right)$$

$$\frac{N_n}{N_p} \sim \exp\frac{T_p - T_n}{T} \sim \exp\left(-\frac{1,5}{T_{10}}\right)$$

$$\sim 1 \text{ at } T \geq 10^{12} K \qquad \sim \frac{5}{6} \text{ at } T \sim 10^{11} K \qquad \sim \frac{3}{6} \text{ at } T \sim 3 \times 10^{10} K$$

L'abondance de 4He est déterminée par le rapport $\frac{n}{p}$

Supposons qu'il y ait N protons et N_r neutrons, $0 < r < 1$

L'atome *He* possède $2n$ et $2p$. Donc N_r neutrons donneront $\frac{N_r}{2}$ atomes *He*.

La masse de $\frac{N_r}{2}$ atomes de *He* = $4 \times \frac{N_r}{2} = 2N_r$. La masse totale $N_r + N = N(1+r)$

La fraction massique de *He*, $Y = \frac{2N_r}{N(1+r)} = \frac{2r}{1+r}$

pour $Y = \frac{1}{4}$, $r = \frac{1}{7}$ $r = \frac{N_n}{N_p} = \exp\left(-\frac{1,5}{T_{10}}\right)$ $H^2 \propto gT^4$ g est la fraction massique des corps relativistes.

La vitesse de la réaction $n \leftrightarrow p$ due à la désintégration β et à d'autres interactions faibles est $\eta \propto T^4$.

Posons $\eta = H$ à $T = T^*$

D'où $T_*^2 \propto g^{\frac{1}{2}}$ $r = \exp\left(-\frac{1,5}{T_{10}^*}\right)$ $Y = \frac{2r}{1+r}$ $\delta Y = -\frac{r \ln r}{(1+r^2)} \frac{\delta g}{g}$

Pour l familles de lepton, $g = \frac{7}{8}(4 + 2l) + 2$

S'il y a l leptons de paires e et ν , une augmentation de " l " accroîtra Y vers $Y + \delta Y$

De $l = 2$ à $l = 3$, $\frac{\delta g}{g} \cong \frac{1}{5}$ Pour $Y = \frac{1}{4}$ $r = \frac{1}{7}$ $\delta Y = 0,02$

La comparaison avec les observations suggère que $l = 3$. Ceci est en accord avec les accélérateurs qui donnent aussi $l = 3$.

4. La formation du deutérium

Réactions produisant un noyau Q_Z^A

$$B_Q = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_Q]c^2$$

N_N = nombre de nucléons

$$X_n = \frac{N_n}{N_N}$$

$$X_p = \frac{N_p}{N_N}$$

$$X_a = \frac{N_a A}{N_N}$$

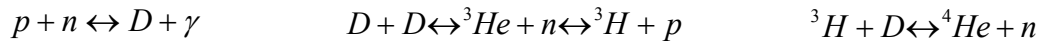
$$X_Q = \frac{1}{2} g_Q A^{\frac{5}{2}} X_p^Z X_n^{A-Z} \xi^{A-1} \exp\left(\frac{B_Q}{RT}\right)$$

$$\xi = \frac{1}{2} N_N \left(\frac{mkT}{2\pi \hbar^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

Pour le deutérium,

$$X_D = \frac{3}{\sqrt{2}} X_p X_n \xi \exp\left(\frac{B_D}{KT}\right)$$

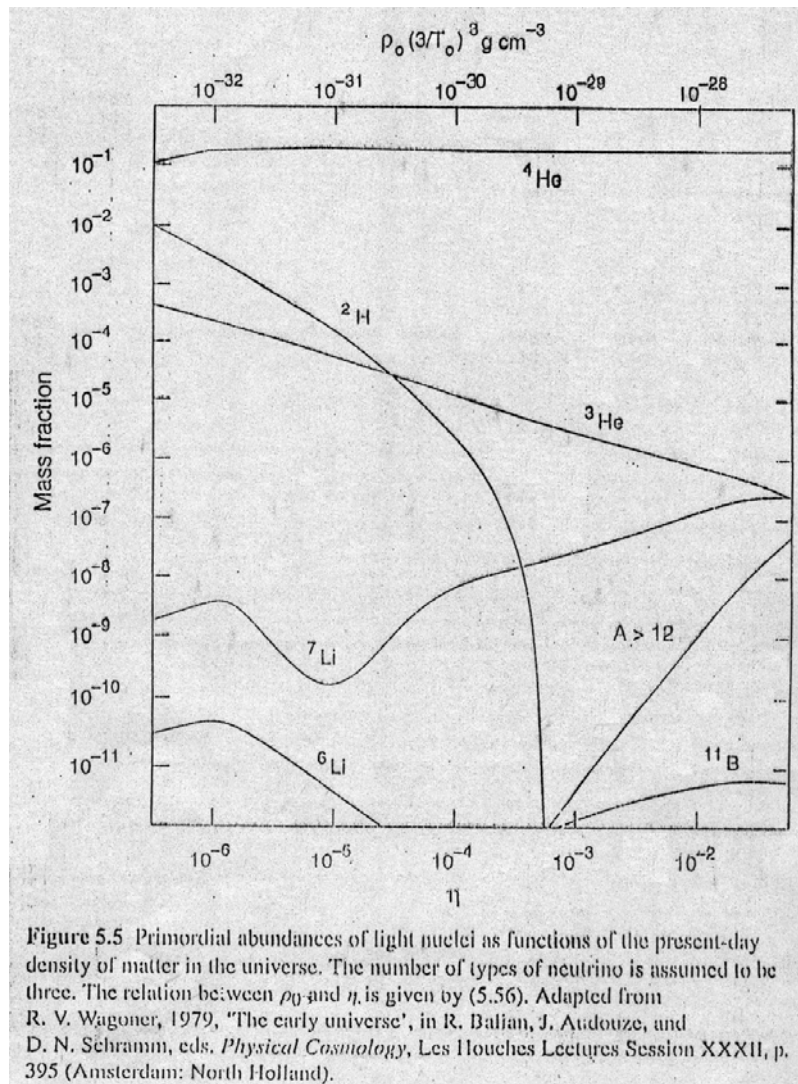
Les réactions se poursuivent en liant n et p sous la forme $D \rightleftharpoons {}^2\text{H}$ si T devient $< 10^9\text{K}$



Si les n et p sont présents en forte concentration, une grande quantité de D apparaît. Ensuite, les réactions se succèdent rapidement et l'annihilent ! \Rightarrow la densité des n et p ne doit donc pas être trop élevée.

La densité actuelle de matière baryonique $= \rho_{B0}$

Définissons: $\eta = \left\{ \frac{\rho_{B0}}{1,97 \cdot 10^{-26} \text{ g cm}^{-3}} \right\} x \left(\frac{2,7}{T_0} \right)^3 \quad \rho_B = \eta T_q^3 \quad T_q < 3$



Pour qu'une quantité appréciable de deutérium soit formée, il faut que η soit brièvement $< X \cdot 10^{-4}$, C'est-à-dire pour $X_D \sim 2 \cdot 10^{-5}$

par exemple : $\Omega_B h_0^2 \leq 0,02 \quad \rho_{B_0} \sim 4 \times 10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$

S'il y a davantage de matière dans l'univers, alors elle ne peut pas être baryonique.

Problème de la Matière Noire !

Le fond diffus cosmologique :

1. Alpher & Herman (Nature 162, 774, 1948)
2. Penzias & Wilson (Alp J., 142, 419, 1965)
3. L'estimation précédente d'Eddington dans les années 20 d'après une estimation de la lumière stellaire de la Galaxie → $T_0 \sim 2 \text{ à } 3 \text{ K}$.
4. La découverte précédente de McKeller en 1941, Pub. Dom.Astrophys.Obs.Victoria, B.C.7, 251

Transitions CN :

J = 1 le niveau de rotation au niveau de base
 J = 0 le niveau de rotation au niveau de base de $B^2 \Sigma$ multiple
 Température $\sim 2,3 \text{ K}$

La contestation Bondi – Gold – Hoyle du milieu des années 50.

Densité de matière totale = $3.10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$

Helium present = $\frac{1}{4} 3.10^{-31} \text{ g cm}^{-3} = 7,5.10^{-32} \text{ g cm}^{-3} \equiv \rho_{He}$

1 g. de H → He produit du rayonnement $6 \times 10^{18} \text{ erg} \iff$ la densité de rayonnement produit en faisant $\rho_{He} = 7,5.10^{-32} \times 6.10^{18} = 4,5.10^{-13} \text{ erg cm}^{-3}$.

[Densité d'énergie du rayonnement stellaire observé $< 10^{-14} \text{ erg/cm}^3$].

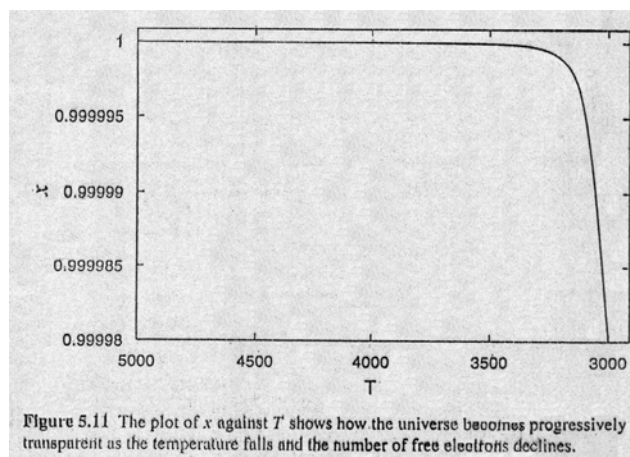
Gold argumenta que si celle-ci été convertie en chaleur, cela produirait une température de 2,78 K.

Bondi & Gold ne furent pas suivis. On leur préféra le fond infrarouge redshifté. (On ne se souvenait pas du travail de Mc Kellar).

L'interprétation primordiale est basée sur le refroidissement de l'univers à une température où la plupart des électrons sont piégés par l'attraction Coulomb des protons pour former des atomes neutres d'hydrogène.

Equation d'ionisation de Saha (~1920) $e, p, e + p(\equiv H) \quad N_e = N_p, N_H$

A l'équilibre thermodynamique, à la température T, $\frac{N_e^2}{N_H} = \left(\frac{m_e kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{B}{kT} \right) \quad B = 13,59 \text{ eV}$



Comparer avec l'équation du D ou avec celle du ${}^4\text{He}$, $B_D \cong 2,22 \text{ MeV}$, $B_{He} \cong 28,29 \text{ MeV}$.
 A mesure que $T \rightarrow 3000\text{K}$, la plupart des électrons libres disparaît, et le rayonnement se propage librement.

\Rightarrow Surface de dernière diffusion à $T \sim 3000\text{K}$ $1 + z = \frac{S_0}{S} = \frac{T}{T_0} = \frac{3000}{2,7} \approx 1100$

A $z \approx 1100$ et au-delà, l'univers est opaque. Les astronomes ne peuvent pas l'observer !

Ne sont pas encore compris :

- a. Le rapport photon – baryon $\frac{N_\gamma}{N_B} = 3,33 \cdot 10^7 (\Omega_B h_0^2)^{-1} \left(\frac{T_0}{2,7}\right)^3$
- b. Le coefficient dans $\rho = \eta T_q^3$ pendant l'ère de la nucléosynthèse primordiale.

Ceux-ci doivent être insérés, à la main, de manière ad hoc !

Ref. : les conjectures à T_0 , de Alpher & Herman et de Gamow.

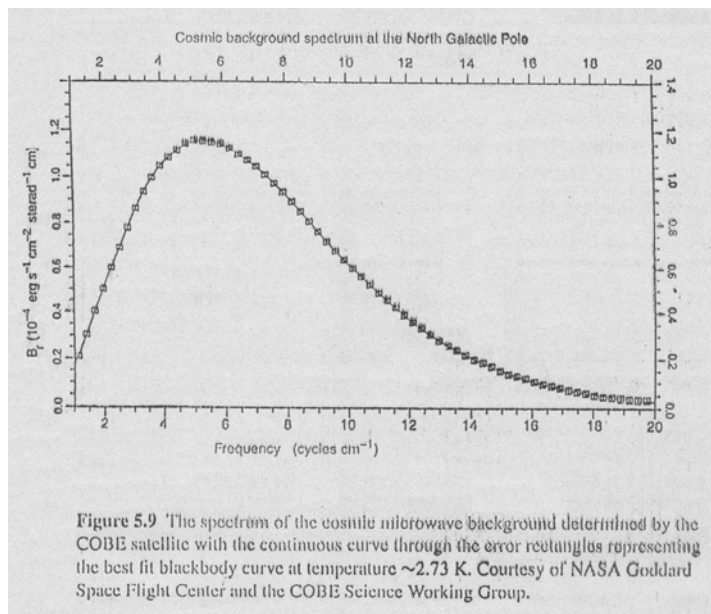
- c. Le rapport avec la matière non baryonique

Cependant :

Etant donnée l'existence de la surface de dernière diffusion, on peut en utiliser sa structure pour :

- a. Vérifier les idées sur l'univers à son tout début ($z \gg 1100$),
- b. Donner les conditions initiales de l'évolution des très grandes structures et la nature du modèle Friedmann.

Nous discuterons d'abord de (a) puis de (b).



L'évidence la plus forte de la figure ci-dessus est l'extrême précision du spectre de Planck du rayonnement du fond cosmologique.

L'Univers à son Tout Début.

Cosmologie et Physique des Particules

$$\frac{\dot{S}^2}{S^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho \qquad \rho c^2 = \frac{1}{2} g_a T^4 \qquad g = g_b + \frac{7}{8} g_f$$

$$S \propto t^{\frac{1}{2}} \rightarrow t = \left(\frac{3c^2}{16\pi G a} \right)^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}} T^{-2}$$

A l'équilibre thermodynamique, l'énergie typique d'une particule est kT .

Exprimons kT en MeV ou en GeV : $t_{seconde} = 2,4 g^{\frac{1}{2}} T_{Mev}^{-2} = 2,4 \cdot 10^{-6} g^{\frac{1}{2}} T_{GeV}^{-2}$

La grande unification des interactions électromagnétiques + faible + forte (TGU) est prévue à $\sim 10^{15}$ GeV.

$$T_{GeV} \sim 10^{15} \Rightarrow t_{second} \approx 2,4 \cdot 10^{-6} \times 10^{-30} g^{-\frac{1}{2}} \qquad g \sim 100 \Rightarrow t \sim 10^{-37} - 10^{-36} \text{ second !}$$

Les puissances des accélérateurs de particules vont jusqu'à 10^3 GeV. Il y a donc un écart de 10^{12} entre la théorie et l'expérimentation.

"L'Univers Primordial" est l'accélérateur à haute énergie des "pauvres humains".

Un problème conceptuel

Padmanabhan et Vasanthi, dans les années 80, ont remarqué que le nombre de particules est insuffisant pour pouvoir justifier la thermodynamique de l'espace-temps plat et de la mécanique statistique. Pour que le principe d'équivalence puisse s'appliquer, il faut disposer d'une région localement plate "Q", à l'époque t.

Définissons la taille, $Q = L$ ce qui implique $L \ll$ rayon local de courbure $\sim R^{\frac{1}{2}} \sim ct$

Ecrivons: $L = \alpha ct$, $\alpha \ll 1$

Le nombre de particules en $Q \sim 2,4 \frac{g}{\pi^2} \times \left(\frac{kT}{c\hbar} \right)^3 \times \frac{4\pi}{3} L^3$

Et :

$$N \sim g \left(\frac{kT}{c\hbar} \right)^3 L^3 = g \left(\frac{kT}{c\hbar} \right) \alpha^3 c^3 t^3 \quad \text{Soit la Température de Planck sous la forme: } T_p = \frac{\hbar}{kt_p}$$

$$t_p = \text{le temps Planck} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} \sim 10^{-43} \text{ sec} \quad \text{Utilisons la relation } T - t, \quad N \sim \frac{\alpha^3}{30\sqrt{g}} \left(\frac{T_p}{T} \right)^3$$

$$\alpha \ll 1 \Rightarrow N \text{ n'est pas grand à moins que } T \ll T_p$$

A l'époque de la grande unification,

$$T \approx 10^{15} \text{ GeV} \quad T_p \approx 10^{19} \text{ GeV} \quad g \approx 100 \quad N = \left(\frac{\alpha}{10^{-3}} \right)^3 \times 3$$

$$\text{Pour } \alpha \sim 10^{-6} \quad N \leq 10^{-9} \quad \text{Pour } \alpha = 10^{-3} \quad N = 0(1)$$

On ne peut donc pas appliquer la mécanique statistique de l'espace-temps plat ici !

Autres problèmes conceptuels qui ont été reconnus.

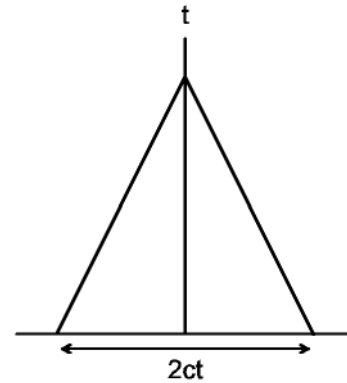
a. Le problème de l'horizon.

L'horizon de la particule au temps t : L'homogénéité causale à t ne peut s'étendre au-delà d'une région de diamètre $2ct$

Fixons la température T au temps t .

La température actuelle est $T_0 \sim 2,7K \approx 2,3 \cdot 10^{-13} \text{ GeV}$.

$$T \propto \frac{1}{S} \Rightarrow \text{Expansion par un facteur de } \frac{T}{T_0}$$



A l'époque de la grande unification $T \sim 10^{15} \text{ GeV}$

$$\frac{T}{T_0} \cong 4 \cdot 10^{27}$$

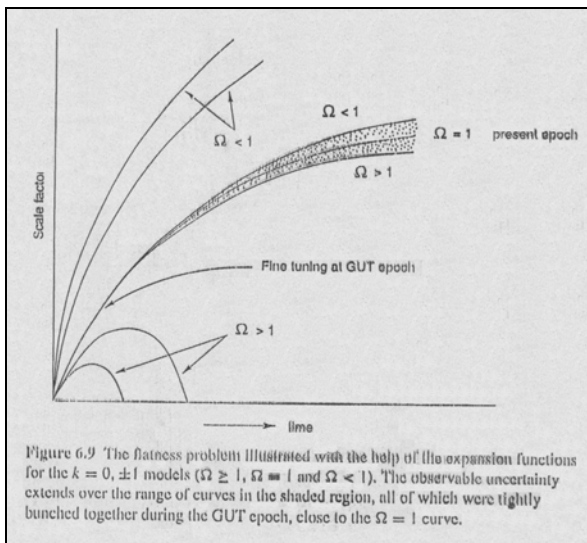
L'horizon s'est étendu jusqu'à un diamètre de $2ct \times 4 \cdot 10^{27} \text{ cm}$.

$$t \sim 10^{-37} \text{ s} \Rightarrow 2ct \sim 2 \times 3 \cdot 10^{10} \times 10^{-37} \text{ cm} \sim 6 \cdot 10^{-27} \text{ cm}$$

La dimension actuelle est $= 4 \cdot 10^{27} \times 6 \cdot 10^{-27} \approx 24 \text{ cm}$!

Trop petite !

b. Le problème de la planéité: Quand peut-on omettre le terme "k" dans $\frac{S^2 + kc^2}{S^2} = \frac{8\pi G\rho}{3}$?



$$\rho = \rho_c \Omega \quad \frac{kc^2}{S^2} = (\Omega - 1) \frac{\dot{S}^2}{S^2}$$

Si on utilise $S \propto t^{\frac{1}{2}}$ $\frac{kc^2}{S^2} = \frac{\Omega - 1}{4t^2}$

$$\text{Actuellement, } \frac{kc^2}{S_0^2} = (\Omega_0 - 1)H_0^2 \Rightarrow \Omega - 1 = 4H_0^2 t^2 \cdot \frac{T^2}{T_0^2} (\Omega_0 - 1) \text{ puisque } S \propto \frac{1}{T}$$

$$\cong 4.3h_0^2 \times 10^{-53} (\Omega_0 - 1) \quad H_0 = 100h_0 \text{ km S}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad \text{A l'époque de la grande unification.}$$

Un réglage fin d'une perfection exceptionnelle !

c. Le problème du monopôle

La rupture de la symétrie d'un grand groupe tel que $SU(5)$ à $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$ fait que les monopôles deviennent des particules indestructibles.

Ces monopôles magnétiques dont la masse $\cong 10^{16} \text{ GeV}/c^2$ n'existent pas dans la théorie de Maxwell.

Supposons, qu'à l'époque de la grande unification, il n'y ait qu'un monopôle par sphère d'horizon de rayon $2ct$

$$\Rightarrow \text{que la densité massique du monopôle} = \frac{10^{16} \text{ GeV}/c^2}{\frac{4\pi}{3}(2ct)^3}$$

Actuellement elle est réduite à $\left(\frac{S}{S_0}\right)^3 = \left(\frac{T_0}{T}\right)^3$ de la valeur primordiale,

et la densité de monopôle est $\rho_M \cong 1,5 \cdot 10^{-13} \left(\frac{T_0}{2,7K}\right)^3 \text{ g cm}^{-3} \cong 10^{16} \times \text{densité critique !}$

Comment peut-on se débarrasser des monopôles résiduels ?

d. Le problème de l'entropie

L'entropie, dans un volume comobile donné, demeure constante (expansion adiabatique !).

L'entropie photonique actuelle de l'univers observable de rayon $R \approx h_0^{-1} \times 10^{28} \text{ cm}$

$$\text{est } \sum = \frac{4\pi}{3k} a T^3 R^3 \approx h_0^{-3} \times 4,4 \cdot 10^{87} \left(\frac{T_0}{2,7K}\right)^3 \quad \text{Pourquoi une si grande valeur?}$$

Est-ce que $\sum = \text{Constant}$ est violé à un stade quelconque ? Rappelons-nous le rapport photon / baryon de $10^8 - 10^{10}$, lequel n'est pas encore compris !

L'inflation" fut proposée comme solution aux problèmes 1- 4 :

- a. Guth 1981 Phys.Rev. D23, 347
- b. Kazanas 1980 Ap.J. 241, L59
- c. Sato 1981 MNRAS 195, 467

La transition de phase à la grande unification engendre un " faux " vide qui se transforme en "vrai" vide en émettant de l'énergie qui provoque la dilatation rapide de l'univers.

$$\begin{array}{ll}
 t < t_1 & S \propto t^{\frac{1}{2}} \\
 t_1 < t < t_2 & S \propto \exp\left(\frac{t}{\tau}\right) \rightarrow \text{Inflation} \\
 t > t_2 & S \propto t^{\frac{1}{2}}
 \end{array}$$

La transition de phase est occasionnée par un champ de Higg ϕ ayant un potentiel

$$V(\phi, T) = V_{\text{eff}}(\phi) + \frac{18T^4}{\pi^2} \int_0^\infty x^2 \ln \left\{ 1 - \exp \left[- \left(x^2 + a \frac{\phi^2}{T^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} dx$$

$$V_{\text{eff}}(\phi) = \alpha\phi^2 - \beta\phi^4 + \gamma\phi^4 \ln\left(\frac{\phi}{\sigma^2}\right)$$

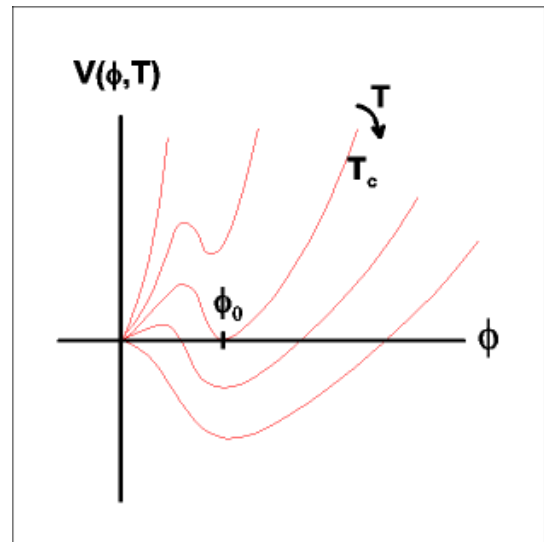
Pour $T < T_c$ le vide vrai est à $\phi > 0$

Pour $T > T_c$ le vide vrai est à $\phi = 0$

$$\frac{\dot{S}^2 + k_0^2}{S^2} = \frac{8\pi G}{3c^2} (\epsilon_0 + \epsilon_r)$$

ϵ_r = énergie radiative (γ et particules relativistes)

ϵ_0 = énergie supplémentaire du vide



$$\epsilon_r \propto \frac{1}{S^4}$$

$$S \propto \exp\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\epsilon_0 = \text{Constant} \gg \epsilon_r$$

$$\tau = \left(\frac{3c^2}{8\pi G \epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Transition par effet tunnel de $\phi = 0$ à $\phi = \phi_0 > 0$. Sa durée est par exemple $\cong \tau_0$. Quand la transition est achevée, la région se dilate comme une Bulle Friedmann.

$$S \text{ s'est accru d'un facteur } \exp\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right) \equiv Z \quad \text{Pour } \tau_0 \approx 67\tau \quad Z = 10^{29}$$

L'horizon augmenta soudainement énormément !

Le facteur $\frac{kc^2}{S^2}$ devient négligeable. Les monopôles sont expansés par un facteur Z^{-3} .

Mais le problème de l'entropie est toujours présent !

Si les bulles se heurtaient, elles se réchaufferaient et elles déverseraient l'excès d'entropie dans l'univers. Mais les bulles s'éloignent exponentiellement et elles n'entrent jamais en collision !

La "Nouvelle Inflation"

Le potentiel de Coleman - Weinberg

$$V_{eff}(\phi, T) = \frac{25}{16} \alpha^2 \left[\phi^4 \ln\left(\frac{\phi^2}{\sigma^2}\right) + \frac{1}{2}(\sigma^4 - \phi^4) \right] + \frac{18}{\pi^2} T^4 \int_0^\infty \ln \left[1 - \exp \left[- \left(x^2 + \frac{5}{12} \phi^2 \frac{g^2}{T^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right] dx$$

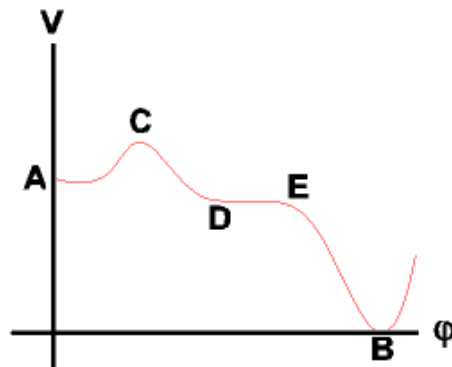
A : faux vide

B : vrai vide.

C : cette bosse est fonction de la température.

D : retournement lent.

E : descente à l'état inférieur B.



Cependant, tous les paramètres doivent être réglés de façon très précise !

La constante de Hubble pour l'inflation	$\cong 2.10^{10} GeV \quad (\cong H)$
La durée du retournement	$= 190H^{-1}$
$Z =$ L'expansion exponentielle	$\approx \exp 190 \approx 10^{50}$
Avant de chuter à	$\phi \approx \sigma_r 2.10^{15} GeV$
la durée de l'oscillation est :	$\sim \exp(4.8) \times 10^{-4} H^{-1} \ll H^{-1}$

\Rightarrow Les oscillations sont freinées par la décomposition de ϕ en particules relativistes et en rayonnement. Le réchauffement fait monter la température de l'univers.

Quelques problèmes avec l'inflation :

1. Le problème des petits nombres persiste

2. Le réglage fin n'a pas été éliminé.

3. Le problème cosmologique de λ

$$\frac{\lambda_{\text{observé}}}{\lambda_{\text{GUT}}} \approx 10^{-108}$$

Qu'est-il advenu du grand λ ? Pourquoi n'en reste-t-il plus qu'une petite fraction ?

L'époque de la gravité quantique :

$$A_{\text{Gravité}} = \frac{c^3}{16\pi G} \int R \sqrt{-g} d^4x$$

Le composant typique de $R \sim R_0^0 \sim \frac{3}{4}c^2t^2$

Au temps t prenons V limité par l'horizon sphérique de la particule, de rayon $2ct$ et de durée ct .

$$A_{\text{Gravité}} = \frac{c^3}{16\pi G} \int_0^t (2ct_1)^3 \times \frac{3}{4c^2t_1^2} c dt_1 = \frac{c^5}{4G} t^2$$

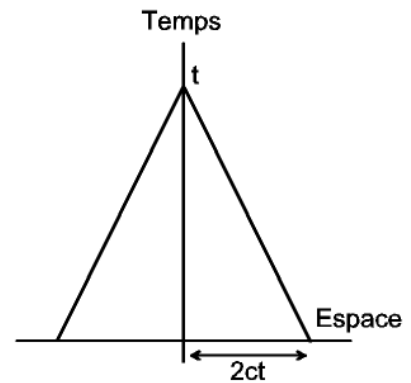
Pour le quantum de gravité $A_g \sim \hbar$

$$\frac{c^5}{4G} t^2 \sim \hbar$$

$$t \sim 2\sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} \rightarrow 2t_p$$

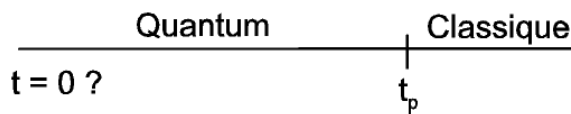
$$t_p \equiv \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}}$$

Temps de Planck



$$\text{Energie de Planck } E_p = \frac{\hbar}{t_p} \sim 10^{19} \text{ GeV}$$

L'univers n'a pas été déterminé par la relativité générale classique.



Peut-on déterminer le rapport classique \leftrightarrow quantum ?

Oui, dans le cas de fluctuations conformes !

Formation de structures à grande échelle

Référence:

"Large Scale Structure of the Universe" T. Padmanabhan – Cambridge University Press - 1993

Les travaux sur les structures de grande échelle sont **l'industrie** principale de la cosmologie théorique aujourd'hui. Ne sont traités ici que les points forts.

Les époques majeures du scénario "standard" sont les suivantes :

- ↑ ↓
1. L'époque Planck
 2. L'époque TGU / Inflation
 3. L'époque de la recombinaison
 4. L'époque quand l'univers devient dominé par la matière
 5. L'époque de $z \sim 5-6$ quand les galaxies ont commencé à se former
 6. La hiérarchie des structures se forme.

Les éléments qui peuvent avoir une incidence :

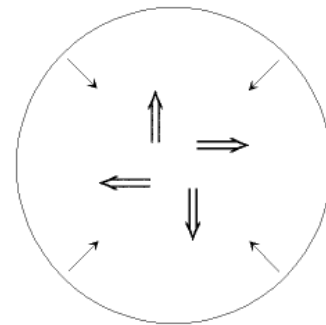
- (1) La Matière Cachée → surtout non baryonique
- (2) L'énergie Noire ↔ λ
- (3) "Biasing" (préjugés ?)
- (4) L'impact sur le fond du rayonnement
- (5) La quantité de mouvement aléatoire qui se développe.

La masse de Jeans : Travaux de James Jeans en 1902 : Phil Trans., R.S.199A, 49

→ **Gravité**
 ⇒ **Pression**

Qu'une masse donnée se contracte ou oscille, dépend de l'importance relative de la gravité ou de la pression.

- $n =$ concentration des particules
- $m =$ masse de la particule
- $\rho = nm =$ densité
- $c_s =$ vitesse sonique du milieu



Le nombre d'onde de Jeans $K_j = \left(\frac{4\pi G\rho}{c_s^2} \right)^{\frac{1}{2}}$

La masse de Jeans $\frac{4\pi n m}{3} \left(\frac{2\pi}{K_j} \right)^3 \equiv M_j$

Contraction si $M > M_j$

Oscillation si $M < M_j$

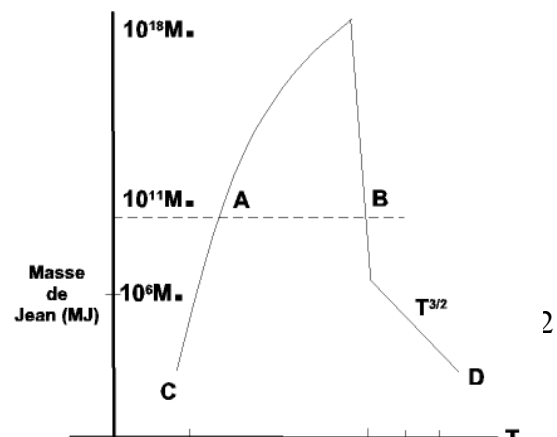
La masse d'une galaxie croît entre CA et BD,

mais non entre A et B. $\delta = \frac{\delta\rho}{\rho}$

L'équation de croissance nous dit comment δ progresse de B à D.

Du découplage jusqu'à présent, δ peut croître d'un facteur de ~ 1000 au maximum.

Si $\frac{\delta\rho}{\rho}$ est aujourd'hui d'au moins 1, il était, au



découplage de $\sim \frac{1}{10^3}$.

Avant ou pendant le découplage, rayonnement et matière avaient le même ordre de fluctuations. $\Rightarrow \left. \frac{\delta\rho}{\rho} \right|_{\text{Radiation}} = \left. \frac{\delta\rho}{\rho} \right|_{\text{Matière}} = 10^{-3}$

$$\rho_{\text{Radiations}} \propto T^3 \quad \frac{\delta\rho}{\rho_{\text{Radiations}}} = 3 \frac{\delta T}{T} \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta T}{T} \sim 3 \cdot 10^{-4}$$

Aucune fluctuation de ce type n'a été identifiée.

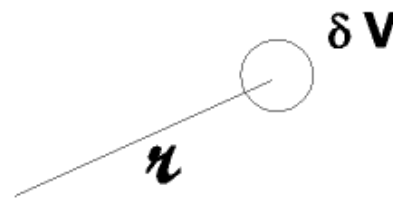
\Rightarrow Pour sauver la théorie, la majorité de la matière doit être non baryonique, c'est-à-dire découplée du rayonnement.

Alors $\left. \frac{\delta\rho}{\rho} \right|_{\text{Radiations}} \ll \left. \frac{\delta\rho}{\rho} \right|_{\text{Matière}}$

Spectre d'invariance d'échelle

$$\delta(r) = \bar{n} [1 + \xi(r)] \delta V$$

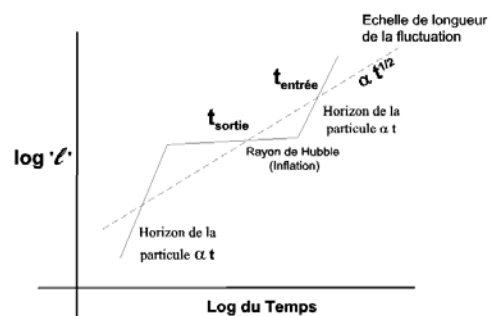
$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\gamma} \quad \gamma = 1,8$$



Ce comportement est celui des galaxies dans les amas et des amas dans les superamas. Est-il aussi celui des superamas ?

En quoi l'inflation est utile ?

On peut insérer le modèle de l'inflation afin d'étudier la croissance des fluctuations ayant des échelles de longueurs diverses. L'échelle d'une fluctuation s'accroît en fonction de S(t). Elle excède le rayon de Hubble du modèle d'inflation à la première entrée et plus tard en réentrant dans "l'horizon de phase de Friedmann" de la particule. On peut obtenir un spectre invariant d'échelle en réglant les paramètres du modèle. Cependant $\delta \gg 1$ au lieu de $\delta < 10^{-4}$,



A moins qu'un réglage fin soit effectué !

Nature de la matière noire :

Chaud (HDM) si le mouvement est rapide lors du découplage; exemple les neutrinos avec une masse non nulle.

\rightarrow Les Superamas se forment en 1^{er}.

Froide (CDM) si le mouvement est lent lors du découplage...axions, photinos, neutrinos, etc.

\rightarrow Les Masses $\sim 10^6 M_{\odot}$ se forment en 1^{er}

Aujourd'hui l'option HDM n'est pas en vogue.

La CDM est meilleure mais requiert l'énergie sombre.

$\rightarrow \Lambda$ CDM Constante cosmologique Matière Sombre Froide

Approximation de Zeldovich et simulations à N-corps.

Un essai pour traiter les régimes non linéaires.

Un élément de fluide se déplace selon la force gravitationnelle existante de la matière. Des

"soucoupes" se forment. $\rightarrow \frac{\delta\rho}{\rho}$ diverge selon des plans.

Les simulations à **N corps** permettent de s'attaquer au régime non linéaire.



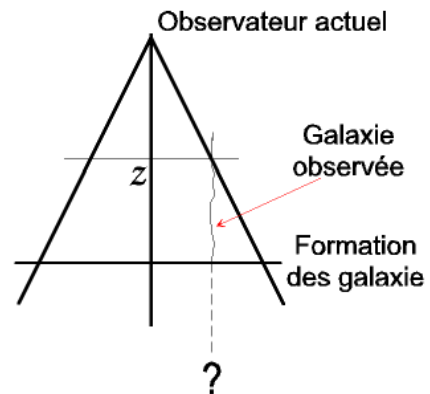
Le problème de l'Age :

Les galaxies complètement formées doivent se développer suffisamment tôt !

De même, les galaxies observées avec de grands redshifts doivent être très jeunes !

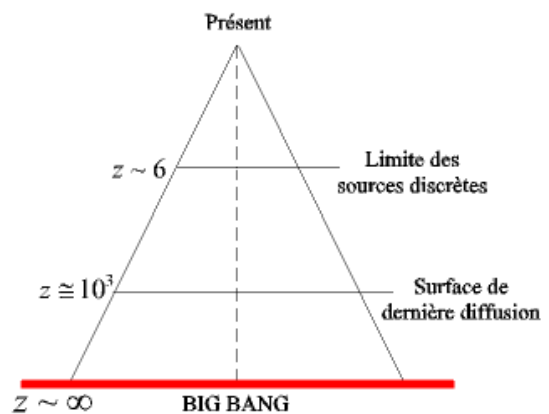
Donc "λ" pourrait être utile... $z \sim 6$

Et sans "λ", les modèles rencontrent des problèmes.



Tests observationnels des modèles cosmologiques. Ils sont de deux types:

1. Directe... L'observation des régions éloignées de l'univers
 - a. Avantage: les sources sont observées directement jusqu'à $z \sim 6$.
 - b. Inconvénient: L'évolution physique peut compliquer le problème.
2. Indirecte... Les observations locales sont utilisées pour en déduire le passé lointain.



- Exemples:
- Le fonds diffus cosmologique $z \sim 1000$
 - La nucléosynthèse des noyaux légers $z \sim 10^8 \text{ à } 10^9$
- a. Avantage: informations au sujet de l'univers très jeune.
 - b. Inconvénient: grandes extrapolations + de la physique spéculative, c'est à dire l'inflation !

1. Observations directes.

Mesure de H_0 : nombreuses méthodes sont disponibles, par exemple :

- Chandelle standard
- Les céphéides
 - Les étoiles les plus brillantes
 - les nébuleuses planétaires
 - Dimensions des régions HII
 - Les supernovas de Type Ia (phase la plus lumineuse)
 - Les supernova de Type II (vitesse de dilatation des photosphères)

A) **Comptages numériques** (Extensions du programme de Hubble)

Les sources radio 1950-1965

a) Ryle	-	Cambridge
b) Mills	-	Australie
c) Bolton	-	Australie / Caltech

Les résultats non probants car :

- les sources radio ne donnent pas directement leur z .
- il y a des effets évolutifs.
- les effets statistiques des inhomogénéités locales.

Comptage des galaxies après 1979 :
 Décompte des images par ordinateur.

Attendu : $\log N = 0,6m + Constante$

D'habitude la cohérence est bonne aux luminosités élevées (petits m). Aux valeurs de " m " élevées, la divergence est supérieure dans la zone bleue. Il semble donc qu'il y ait un excès de galaxies bleues.

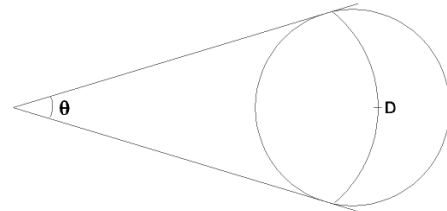
- \Rightarrow {
- Des galaxies contenant des éclatements d'étoiles ?
 - Des fusionnements de galaxies ?
 - Des galaxies naines qui disparaissent à l'époque actuelle ?

C'est-à-dire que nous en apprenons plus sur les galaxies que sur la cosmologie !

B) relation, diamètre angulaire $\leftrightarrow z$

Dimension angulaire = θ

Dimension linéaire = D



$$ds^2 = c^2 dt^2 - S^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]$$

Posons: $t = const$, $r = const$, $\theta = const$

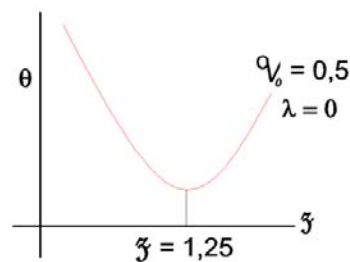
$$D = S(t)r\theta$$

$$\theta = \frac{D}{rS(t)}$$

Mais,

$$\frac{S(t_0)}{S(t)} = 1+z \Rightarrow \theta = \frac{D(1+z)}{rS(t_0)} \propto \frac{1+z}{r}$$

Ainsi, aux z élevés, θ devrait commencer à augmenter... [Fred Hoyle, 1959].
 Cet effet est-il observé ?



Les résultats pour les galaxies radios sont gênés par: $\left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ Des effets de projection} \\ 2. \text{ La variation propre de } D \\ 3. \text{ L'évolution de } D. \end{array} \right.$

⇒ Des tentatives pour réduire 2 et 3 aux centres des quasars...

Mais des résultats toujours peu concluants !

(III.) **Les Observations Locales (Indirectes)**

A- L'Anisotropie de champs à grandes vitesses

L'effet Rubin – Ford
Le "Grand Principe d'Attraction"

La constante de Hubble serait-elle différente pour les galaxies locales et les galaxies lointaines ?

B- Des indications concernant la densité de matière

Visible... $\rho \sim 4.10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$

$$\rho_{\text{critique}} \sim 2.10^{-29} h_0^2 \text{ g cm}^{-3}$$

$$\Omega_V = \frac{4.10^{-31}}{2.10^{-29} h_0^2} \sim 0,02 h_0^{-2}$$

$$\Omega_V h_0^2 \sim 0,02$$

La densité de la masse cachée ρ_D doit y être ajoutée.

A partir des amas, en appliquant le théorème du viriel, on a : $\Omega_D \leq \frac{0,15 h_0^{-\frac{1}{2}}}{1 + 0,55 h_0^{\frac{3}{2}}}$

Limite d'abondance du deutérium $\Omega_B h_0^2 \leq 0,024$

Ainsi, la majorité de la matière noire doit être non baryonique si la nucléosynthèse de l'univers primordial du Big Bang est correcte.

Jusqu'à maintenant, il n'y a pas d'indication directe de matière non baryonique.

Mais $\Omega_B + \Omega_{NB} + \Omega_\Lambda = 1$ requiert $\Omega_{NB} \sim 0,24$ pour $h_0 \sim 0,7$

C- Age de l'univers

Age des noyaux: $\sim 12 \text{ G années}$ d'après les études de décroissance radioactive de la matière dans les étoiles, les supernovae, etc.

Age des étoiles dans les amas globulaires: $\sim 14 \text{ G années}$... A partir de l'extinction dans la séquence principale. (Barres d'erreurs: 2 à 3 ~ 2 à 3 G années).

$$H_0 = 70 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

$$\Omega = 1$$

$$\lambda = 0$$

$$\text{Age} = \frac{2}{3} H_0^{-1} \approx \frac{2}{3} 10^{10} h_0^{-1} \text{ années} \quad \approx \frac{2}{3} \times \frac{1}{0,7} 10^{10} \text{ années} \leq 10^{10} \text{ années}$$

Trop bas ! Donc il nous faut $\lambda > 0$. On peut s'arranger avec $\Omega_\lambda = 0,72\dots$ A la limite !

D- Les abondances des noyaux légers

Dans les calculs de nucléosynthèse de l'univers primordial, en réglant la valeur de α dans $\rho = \alpha T^3$, il est possible de comprendre les abondances de ${}^4\text{He}$ et de ${}^2\text{H}$.

Pour ce dernier, il faut comme condition que la plus grande partie de la matière de l'univers soit non baryonique !

E- Le fond diffus cosmologique est considéré comme le meilleur justificatif.

- a) Le spectre est celui d'un corps noir parfait.
- b) Les inhomogénéités s'expliquent par les perturbations diverses au début de l'univers.
- c) La polarisation peut être comprise de la même façon.

Cependant, tout cela est un ensemble d'arguments de cohérence. On peut trouver des paramètres qui conviennent pour les diverses irrégularités. Mais il n'est pas démontré que le scénario soit unique.

En conclusion

Cet exercice nécessite :

- (i) De **grandes extrapolations de physique** (la grande unification des interactions, l'Inflation, la masse cachée non baryonique) qui ne sont pas contrôlées indépendamment,
- (ii) **Des suppositions de scénario** qui ne peuvent pas être observées directement (des effets Doppler de plasma oscillant, des fluctuations quantiques supposées, des méthodes non analytiques de la formation de structures, ...),
- (iii) **Un vaste territoire entre $z \cong 6$ et $z \cong 1500$, encore ouvert à la spéculation.**
- (iv) **Une compréhension de base de la température du fonds diffus cosmologique de 2,7K.**