Avertissement:

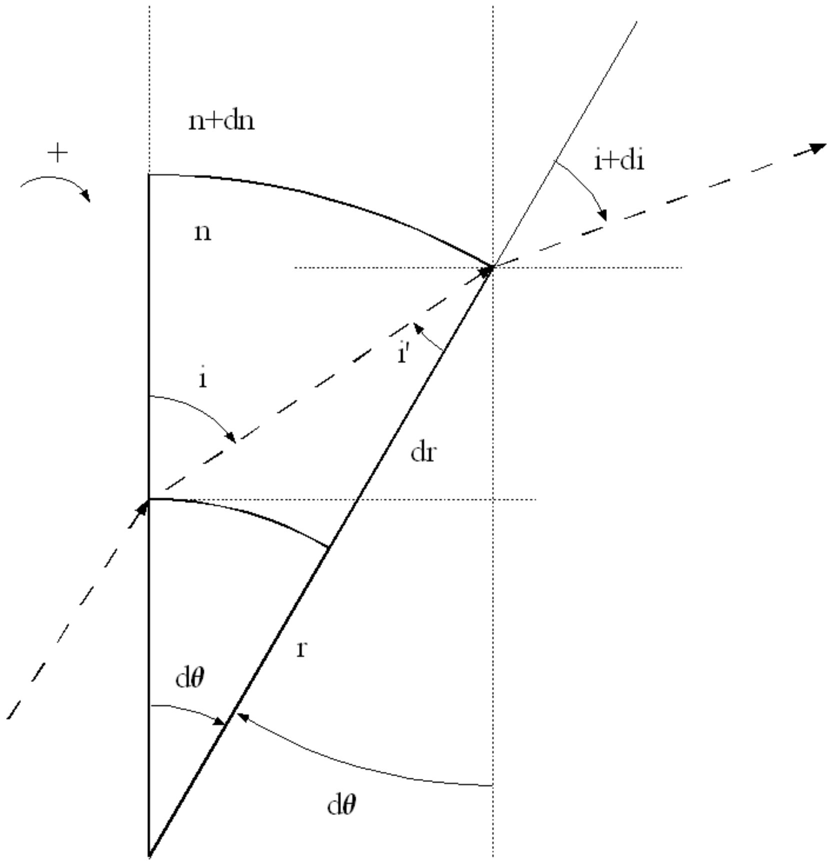
En Octobre 2005, Monsieur **Pierre-Yves Casteill** nous a signalé, très justement, une erreur dans la démonstration initiale de la trajectoire de la lumière dans une sphère à gradient d'indice de réfraction. En contrepartie il nous en a proposé une autre qui nous a paru bien plus convaincante. Nous vous la proposons ci-dessous.

Rappelons les hypothèses et les conditions de cette démonstration .

1. L'indice **n** s'accroit continuement de l'extérieur vers le centre de la sphère (variation linéaire en fonction du rayon).
2. L'indice n reste tel que la sphère est dans tous les cas transparente.

Bernard Lempel

Constante du mouvement d'un rayon lumineux dans une sphère



On a d'une part, l'identité de Descartes :

$(n+dn) \sin (i+di) = n \sin i'$

d'autre part, avec les orientations choisies, les relations suivantes :

$r\, d\theta = \tan i\, dr$

et

$i = i' + d\theta$

Cela nous donne

$(n+dn) \sin (i+di) - n \sin (i - d\theta) = 0$

soit

$dn \sin i + n\, di \cos i + n\, d\theta \cos i = 0$

ou encore

$dn / n + di \cos i / \sin i + dr / r = 0$

On obtient donc par intégration

$$\mathbf{n\, r \sin i = K}$$

sur le trajet du rayon lumineux dans la sphère.

Enfin, de $r = \tan i\, r'[\theta]$ on tire

$$\frac{r'}{r} = \sqrt{\frac{n^2 r^2}{K^2} - 1}$$

Remarques:

Pour se rapprocher des conditions physiques réelles qui nous intéressent, la démonstration devrait être modifiée en partant des hypothèses et des conditions suivantes:

3. L'indice **n** s'accroit selon une loi en $\mathbf{X^2}$, en fonction du rayon, de l'extérieur vers le centre de la sphère.
4. L'indice n reste tel que la sphère est dans tous les cas transparente.

Bernard Lempel